Prof. Dr. Alfred Toth

Elemente einer Spurentheorie

Semiotic Technical Laboratory

Tucson, AZ (USA)

Vorwort

Die im vorliegenden Band versammelten Aufsätze zu einer Spurentheorie wurden zwischen 2001 und 2019 geschrieben und für diese Publikation chronologisch angeordnet. Es wird also nicht geschieden zwischen algebraischen (kategorientheoretischen), logischen, semiotischen und ontischen Spuren, da ja von Anfang an versucht wurde, eine kategoriale Basis für sämtliche Arten von Spuren zu schaffen. Zu diesem Zweck wurde die Kategorientheorie auf eine spurentheoretische Basis zurückgeführt, die als eine Art von "Tiefenstruktur" dient. Wesentlich ist, daß diese spurentheoretische Tiefenstruktur im Bereich der semiotischen Nullheit angesiedelt ist, die erst 1975 durch Max Bense in die Semiotik eingeführt wurde und daß diese Nullheit die Ebene darstellt, in der sich die "disponiblen", d.h. zur Selektion bestimmten, Objekte befinden. Anders ausgedrückt: die Ebene der Nullheit ist der Bereich, in dem sich der semiotische und der ontische Raum schneiden. Daraus folgt wiederum, daß die Nullheit keine Leere ist, sondern eine semiotisch-ontische Struktur besitzt, die sich kategorientheoretisch exakt beschreiben bzw. von den Oberflächenstrukturen her rekonstruieren läßt.

Eine weiterer Schritt würde also darin bestehen, diese nichtleere Leere auf den von Gotthard Günther als pleromatisches Licht in der kenomatischen Finsternis bezeichneten logischen Strukturbereich des Nichts zurückzuführen. Da die Konstruktion einer polykontexturalen Semiotik eben erst gelungen ist und die Forschung auf diesem Gebiet also noch ganz in den Anfängen steckt, ist allerdings noch sehr viel Arbeit zu leisten, bis diese Tieferlegung kategorientheoretischer Strukturen von der quantitativen Nullheit bis zur qualitativen Nullheit gelungen sein wird.

Tucson, AZ, 1.7.2019 Prof. Dr. Alfred Toth

Grundlegung einer semiotischen Spurentheorie

1. Ein vorgegebenes Objekt wird entweder natürlich im Sinne eines interpretierten Anzeichens oder künstlich durch thetische Einführung durch einen Zeichensetzer dadurch in ein Meta-Objekt (Bense 1967, S. 8) transformiert, dass es durch ein Mittel bezeichnet und hierdurch in ein kategoriales Objekt (Bense 1975, S. 65 f.) verwandelt wird. Das das vorgegebene und im Rahmen der Semiose disponible Objekt (Bense 1975, S. 45) substituierende Mittel ist dadurch eingeschränkt, dass schon das vorgegebene Objekt für das es seligierende Bewusstsein eines Interpretanten oder Zeichensetzers hinsichtlich Sekanz (0.1), Semanz (0.2) und Selektanz (0.3) prädeterminiert ist (vgl. Götz 1982, S. 28), d.h. das disponible Objekt lässt im kategorialen Objekt, "filtriert" durch die präsemiotische Trichotomie von Sekanz, Semanz und Selektanz, seine "Spuren" zurück, wodurch das Objekt also als Spur bzw. kategoriales Objekt Teil der Präzeichen-Relation wird. Im Sinne der Saussureschen Semiotik bedeutet das, dass das Signifikat als Spur im Signifikanten präsent ist, eine Theorie, die völlig unabhängig von der Peirce-Benseschen Semiotik und der auf ihr aufbauenden mathematischen und polykontexturalen Semiotik von Derrida behauptet wurde: "Dass das Signifikat ursprünglich und wesensmässig (...) Spur ist, dass es sich *immer schon in der Position des Signifkanten befindet* – das ist der scheinbar unschuldige Satz, in dem die Metaphysik des Logos, der Präsenz und des Bewusstseins die Schrift als ihren Tod und ihre Quelle reflektieren muss" (1983, S. 129).

2. Da die präsemiotische Trichotomie (0.1), (0.2), (0.3) in ihrer abstrakten Form

(0.a), (2.b), (1.c) mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3} und a $\leq$ b $\leq$ c

auf die semiotischen Trichotomien vererbt wird (vgl. Toth 2008, Bd. 2, S. 14 ff.), ergeben sich die folgenden ordnungstheoretischen Kombinationen von kategorialen Objekten und kategorial-relationalen Objektbezügen:

$$\begin{tikzcd} (0.1) \arrow[r] & (2.1) \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} & (0.1) \\ (2.1) \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & (0.2) \\ & (0.3) \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} & (2.1) \\ (0.2) \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & (2.2) \end{tikzcd} \qquad \text{bzw.} \qquad \begin{tikzcd} & (0.2) \\ (2.2) \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & (0.3) \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} & (2.1) \\ (0.3) \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & (2.2) \\ & (2.3) \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} (2.3) \arrow[r] & (0.3) \end{tikzcd}$$

Diese sind also die abstrakten präsemiotisch-semiotischen Schemata der Spuren-Vererbung von kategorialen Objekte auf Objektbezüge.

3. Offenbar wirken diese präsemiotisch-semiotischen Spuren in doppelter Weise: Erstens in der soeben aufgezeigten Weise von den disponiblen Objekten über die kategorialen Objekte auf die semiotischen Objektbezüge, anderseits aber ebenfalls auf die semiotischen Mittel, mit welchen die disponiblen Objekte bezeichnet werden, d.h. wir müssen von dem folgenden Präzeichen-Schema ausgehen:

$$(3.a) \left\} \begin{array}{l} (0.d) \\ \quad\ \downarrow \\ (2.b) \rightarrow (1.c) \end{array} \right.$$

Hiermit soll also ausgedrückt werden, dass die präsemiotische Spur zunächst auf den semiotischen Objektbezug und dann auf das semiotische Mittel vererbt wird, wobei dieser Vererbungsprozess unter der Auspiz eines interpretierenden (natürliche Zeichen) oder thetischen (künstliche Zeichen) Bewusstseins stattfindet. In Abwandlung der von Bense (1979, S. 82) benutzten kreationstheoretischen Schreibung können wir das obige Schema also wie folgt vereinfachen und präzisieren:

$$(3.a) \gg \begin{array}{c} (0.d) \\ \curlyvee \\ (2.b) \end{array} \succ (1.c)$$

Damit können die 15 präsemiotischen Zeichenklassen als Basis einer semiotischen Spurentheorie wie folgt notiert werden:

1
$$(3.1) \gg \begin{array}{c} (0.1) \\ \curlyvee \\ (2.1) \end{array} \succ (1.1)$$

2
$$(3.1) \gg \begin{array}{c} (0.2) \\ \curlyvee \\ (2.1) \end{array} \succ (1.1)$$

3
$$(3.1) \gg \begin{array}{c} (0.3) \\ \curlyvee \\ (2.1) \end{array} \succ (1.1)$$

4
$$(3.1) \gg \begin{array}{c} (0.2) \\ \curlyvee \\ (2.1) \end{array} \succ (1.2)$$

5

$$(3.1) \gg \underset{(2.1)}{\overset{(0.3)}{\curlyvee}} \succ (1.2)$$

6

$$(3.1) \gg \underset{(2.1)}{\overset{(0.3)}{\curlyvee}} \succ (1.3)$$

7

$$(3.1) \gg \underset{(2.2)}{\overset{(0.2)}{\curlyvee}} \succ (1.2)$$

8

$$(3.1) \gg \underset{(2.2)}{\overset{(0.3)}{\curlyvee}} \succ (1.2)$$

9

$$(3.1) \gg \underset{(2.2)}{\overset{(0.3)}{\curlyvee}} \succ (1.3)$$

10

$$(3.1) \gg \underset{(2.3)}{\overset{(0.3)}{\curlyvee}} \succ (1.3)$$

11

$$(3.2) \gg \underset{(2.2)}{\overset{(0.2)}{\curlyvee}} \succ (1.2)$$

12

$$(3.2) \gg \underset{(2.2)}{\overset{(0.3)}{\curlyvee}} \succ (1.2)$$

13

$$(3.2) \gg \underset{(2.2)}{\overset{(0.3)}{\curlyvee}} \succ (1.3)$$

14

$$(3.2) \gg \underset{(2.3)}{\overset{(0.3)}{\curlyvee}} \succ (1.3)$$

15

$$(3.3) \gg \underset{(2.3)}{\overset{(0.3)}{\curlyvee}} \succ (1.3)$$

Es stellt sich heraus, dass Photos, gemalte Porträtbilder, lautmalende Wörter u.ä., welche die Spuren ihrer repräsentierten Objekte "sichtbar" in den Zeichen festhalten, lediglich Spezialfälle von präsemiotischer-semiotischer Spurenerhaltung im Sinne der Aufhebung der Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekten innerhalb der Präsemiotik sind. Spuren können gar nicht verloren gehen, denn sie sind durch die Vererbung der präsemiotischen Trichotomie von Sekanz, Semanz und Selektanz in die semiotischen Trichotomien garantiert. Diese formale Tatsache, die wir hier anhand von beiden präsemiotischen Spuren, nämlich der Vererbung kategorialer Objekte einerseits und zuerst auf die semiotischen Objektbezüge und anderseits und zweitens auf die semiotischen Mittelbezüge, aufgezeigt haben, geht zusammen mit umgangssprachlichen Wendungen wie "auf der Spurensuche von jdm. sein", wo man also im Grunde davon überzeugt ist, dass das Haus, in dem etwa Goethe gewohnt hatte, noch heute seinen "Geist", "Schatten" oder seine "Aura" beherbergt, dass eine Buchausgabe, die Goethe noch in seinen Händen hielt, "inspiratorisch" wirkt, dass man "in jds. Fussstapfen" tritt, was ja nicht wörtlich, d.h. semiotisch, sondern im Sinne einer präsemiotischen Spur zu verstehen ist, wofür man etwa im Ungarischen sogar "nyomda", eigentlich "Abdruck" (zu nyomni "drücken"), verwendet. Und vom Geist oder Schatten einer zeitlich zurückliegenden Person bis zur Vorstellung ihrer trotz dem Tode ununterbrochenen Präsenz in einem Hause als Grundvorstellung vieler Horrorgeschichten und –filme ist es nur noch ein kleiner Schritt. Es handelt sich hier also nicht um vorrationalistische und seit der Romantik bis in unsere Zeit konservierte Relikte, sondern in Sinne der präsemiotisch-semiotischen Spurenvererbungstheorie um feste Tatsachen, die deshalb in der Mythologie und Mystik gelandet sind, weil sie zusammen mit der mit der zweiwertigen aristotelischen Logik unverträglichen Präsemiotik aus unserem rein objektiven logischen Denken, das keinen Spielraum für Polykontexturalität bereit hält, ausgegrenzt wurden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Substanzlose semiotische Referenz

1. In Toth (2008b, c) wurde gezeigt, dass man unter Verwendung eines rein relationalen, auf den Vermittlungscharakter des Zeichens abstützenden Pfeil-Systems den semiotischen Wertformalismus und damit semiotische Substanz soweit auflösen kann, dass man die trichotomischen Stellenwerte durch Morphismen ersetzt:

(1.1) ≡ 1 ↓	(2.1) ≡ 2→	(3.1) ≡ 3→
(1.2) ≡ ←1→	(2.2) ≡ 2 ↓	(3.2) ≡ ←3→
(1.3) ≡ ←1	(2.3) ≡ ←2	(3.3) ≡ 3 ↓

Wie bereits in Toth (2008a, S. 151 ff. u. 155 ff.) gezeigt worden war, kann man die Erstheit, die Zweitheit und die Drittheit und damit die triadischen Hauptwerte der Zeichenrelation als Kontexturen betrachten, so dass durch das obige Vermittlungssystem die semiotische Wertsubstanz wirklich eliminiert ist.

2. In dem vorliegenden Beitrag soll nun gezeigt werden, wie man semiotische Referenz durch dieses Vermittlungssystem weitgehend redundanzfrei beschreiben kann. Vorausgesetzt wird hier das folgende Korrespondenzenschema aus Toth (2008b):

(I→O→M)	⇔	sS-Singular (ich)	⇔	(3.1 2.1 1.3) × (3.1 $\underline{1.2}$ $\underline{1.3}$)
(I→M→O)	⇔	sS-Plural (wir)	⇔	(3.1 1.3 2.1) × ($\underline{1.2}$ 3.1 $\underline{1.3}$)
(O→I→M)	⇔	O-Singular (du)	⇔	(2.1 3.1 1.3) × (3.1 $\underline{1.3}$ $\underline{1.2}$)
(O→M→I)	⇔	O-Plural (ihr)	⇔	(2.1 1.3 3.1) × ($\underline{1.3}$ 3.1 $\underline{1.2}$)
(M→I→O)	⇔	oS-Singular (er/sie)	⇔	(1.3 3.1 2.1) × ($\underline{1.2}$ $\underline{1.3}$ 3.1)
(M→O→I)	⇔	oS-Plural (sie [m., f.])	⇔	(1.3 2.1 3.1) × ($\underline{1.3}$ $\underline{1.2}$ 3.1),

worin also die 6 Permutationen jeder Zeichenklasse mit den erkenntnistheoretischen Relationen subjektives Subjekt, objektives Subjekt, objektives Objekt und subjektives Objekt identifiziert werden.

2.1. Zuerst schauen wir uns jene Fälle an, wo ein subjektives Subjekt auf sich selbst referiert. Im Deutschen und vielen anderen Sprachen wird dies durch reflexive Pronomina ausgedrückt: (ich sehe) mich (selbst), (du siehst) dich (selbst), (er sieht) sich (selbst), usw. Unter Berücksichtigung des obigen Korrespondenzenschemas wird also grammatische Reflexivität auf logisch-semiotischer Ebene durch Verbindungen von identischen Permutationen ausgedrückt, d.h. durch Zeichenverbindungen, die einander nicht überkreuzen. Im folgenden steht das Zeichen ↔ für Referenz.

ich ↔ ich

(3→ 2→ ←1)

(3→ 2→ ←1)

wir ↔ wir

(3→ ←1 2→)

(3→ ←1 2→)

du ↔ du

(2→ 3→ ←1)

(2→ 3→ ←1)

ihr ↔ ihr

(2→ 1 ←1 3→)

(2→ 1 ←1 3→)

er ↔ er

(←1 3→ 2→)

(←1 3→ 2→)

sie ↔ sir

(←1 2→ 3→)

(←1 2→ 3→)

2.2. In allen übrigen Fällen, d.h. wenn ein subjektives Subjekt auf ein anderes subjektives Subjekt referiert, wenn also die Subjekte nicht identisch sind, finden wir semiotische Verbindungen mit mindestens einer Überkreuzung. Wie in der Grammatik, unterscheiden wir hier zwischen anaphorischer (rückweisender) und kataphorischer (vorausweisender) Referenz:

1. Anaphorische Referenz

ich ↔ wir

(3→ 2→ ←1)

(3→ ←1 2→)

ich ↔ du

(3→ 2→1 ←1)

(2→ 3→ ←1)

ich ↔ du

(3→ 2→ ←1)

(2→ ←1 3→)

ich ↔ er

(3→ 2→ ←1)

(←1 3→ 2→)

ich ↔ sie

(3→ 2→ ←1)

(←1 2→ 3→)

wir ↔ du

(3→ ←1 2→)

(2→ 3→ ←1)

wir ↔ ihr

3→ ←1 2→)

(2→ ←1 3→)

wir ↔ er

(3→ ←1 2→)

(←1 3→ 2→)

wir ↔ sie

(3→ ←1 2→)

(←1 2→ 3→)

du ↔ ihr	**du ↔ er**	**du ↔ sie**
(2→ 3→ ←1)	(2→3→←1)	(2→3→←1)
(2→←1 3→)	(←13→2→)	(←1 2→3→)

ihr ↔ we	**ihr ↔ sie**	**er ↔ sie**
(2→←1 3→)	(2→ ←1 3→)	(←1 3→ 2→)
(←1 3→ 2→)	(←1 2→ 3→)	(←1 2→3→)

2. Kataphorische Referenz

wir ↔ ich	**du ↔ ich**	**ihr ↔ ich**	**er ↔ ich**	**sie ↔ ich**
(3→ ←1 2→)	(2→ 3→ ←1)	(2→ ←1 3→)	(←1 3→ 2→)	(←1 2→ 3→)
(3→ 2→ ←1)	(3→2→ ←1)	(3→ 2→ ←1)	(3→ 2→ ←1)	(3→ 2→ ←1)

Da die Schemata der logisch-semiotischen Verbindungen für anaphorische und kataphorische Referenz durch einfachen Austausch der oberen und der unteren Permutationen gewonnen werden, brauchen wir die restlichen 10 Fälle nicht aufzuzeigen. Allerdings merken wir, dass die folgenden logisch-semiotischen Referenz-Schemata den gleichen Thematisationstyp haben:

(ich ↔ wir) = (du ↔ du) = (er ↔ sie)

(ich ↔ du) = (wir ↔ er) = (ihr ↔ sie)

(ich ↔ ihr) = (wir ↔ sie) = (ihr ↔ er)

(ich ↔ er) = (wir ↔ du) = (du ↔ sie)

(ich ↔ sie) = (wir ↔ ihr) = (du ↔ er)

Auf grammatischer Ebene bedeutet das, dass die semiotischen Repräsentationen z.B. der folgenden deutschen Sätze

Ich sehe dich.

Wir sehen sie.

Du siehst ihn/sie.

identisch sind, d.h. ihre entsprechenden Repräsentationsschemata weisen den gleichen Typ von Zeichenverbindungen auf.

3. Wenn wir alle 6 subjektiven Subjekte mit allen 6 Objekten kombinieren, bekommen wir die folgenden 36 Typen von logisch-semiotischer Referenz, von denen nur die Verbindungen der gleichen kategorialen Typen von subjektiven Subjekten und Objekten keine Überkreuzungen aufweisen:

ich ↔ es-ich	**ich ↔ es-wir**	**ich ↔ es-du**	**ich ↔ es-ihr**	**I ↔ es-er**
(3→ 2→ ←1)	(3→ 2→ ←1)	(3→ 2→ ←1)	(3→ 2→ ←1)	(3→ 2→ ←1)
(3→←1→ ←1)	(←1→ 3→←1)	(3→←1 ←1→)	(←1 3→ ←1→)	(←1→ ←1 3→)

ich ↔ es-sie

(3→ 2→ ←1)

(←1 ←1→ 3→)

wir ↔ es-ich	**wir ↔ es-wir**	**wir ↔ es-sie**	**wir ↔ es-ihr**	**wir ↔ es-er**
(3→←1 2→)	(3→←1 2→)	(3→←1 2→)	(3→←1 2→)	(3→←1 2→)
(3→ ←1→ ←1)	(←1→ 3→ ←1)	(3→ ←1 ←1→)	(←1 3→ ←1→)	(←1→ ←1 3→)

wir ↔ es-sie

(3→ ←1 2→)

(←1 ←1→ 3→)

du ↔ es-ich	**du ↔ es-wir**	**du ↔ es-du**	**du ↔ es-ihr**	**du ↔ es-er**
(2→ 3→ ←1)	(2→ 3→ ←1)	(2→ 3→ ←1)	(2→ 3→ ←1)	(2→ 3.1 ←1)
(3→ ←1→ ←1)	(←1→ 3→ ←1)	(3→ ←1 ←1→)	(←13→ ←1→)	(←1→ ←13→)

du ↔ es-sie

(2→ ←1 3→)

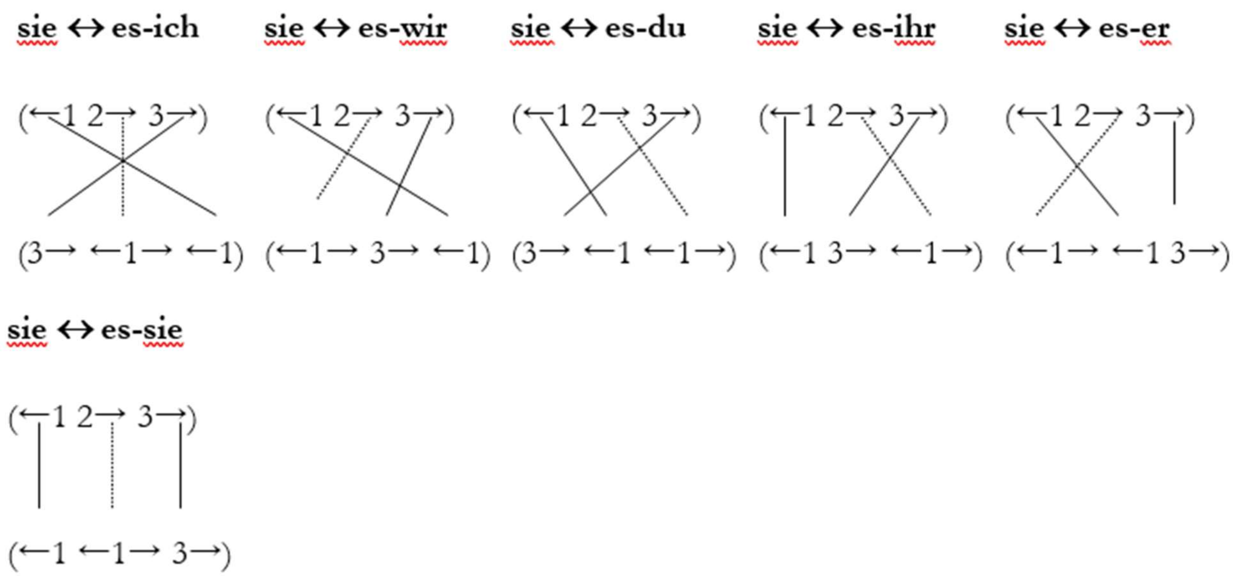
(←1 ←1→ 3→)

er ↔ es-ich	**er ↔ es-wir**	**er ↔ es-du**	**er ↔ es-ihr**	**er ↔ es-er**
(←1 3→ 2→)	(←1 3→ 2→)	(←1 3→ 2→)	(←1 3→ 2→)	(←1 3→ 2→)
(3→ ←1→ ←1)	(←1→ 3→ ←1)	(3→ ←1 ←1→)	(←1 3→ ←1→)	(←1→ ←1 3→)

er ↔ es-sie

(←1 3→ 2→)

(←1 ←1→ 3→)



Daraus folgt, dass in der semiotischen Basis jedes Subjekt sein eigenes Objekt hat, d.h. **es gibt auf semiotischer Ebene eine inhärente Koreferentialität zwischen einem Objekt und seinem subjektiven Subjekt**. Anders gesagt: Weil ein Objekt nur als Zeichen wahrgenommen werden kann, wird also in dem Moment, da das Objekt in ein Meta-Objekt und damit in ein Zeichen transformiert wird (Bense 1967, S. 1), der kontexturale Abgrund zwischen Zeichen und Objekt durch die entsprechende Zeichenklasse überbrückt, wobei die Zeichenthematik den Subjekt-Pol und ihre duale Realitätsthematik den Objekt-Pol der betreffenden epistemologischen Relation ausdrückt (vgl. Bense 1976, S. 36 ff.).

Wir stellen fest, dass die folgenden logisch-semiotischen Referenz-Schemata zwischen einem subjektiven Subjekt und einem Objekt den gleichen Thematisationstypus aufweisen:

(ich ↔ es-ich) = (sie ↔ es-sie)	(wir ↔ es-du) = (er ↔ es-du)
(ich ↔ es-wir) = (sie ↔ es-er)	(wir ↔ es-er) = (er ↔ es-wir)
(ich ↔ es-du) = (sie ↔ es-ihr)	(wir ↔ es-sie) = (er ↔ es-ich)
(ich ↔ es-ihr) = (sie ↔ es-du)	(du ↔ es-ich) = (ihr ↔ es-sie)
(ich ↔ es-er) = (sie ↔ es-wir)	(du ↔ es-wir) = (ihr ↔ es-er)
(ich ↔ es-sie) = (sie ↔ es- ich)	(du ↔ es-du) = (ihr ↔ es-ihr)
(we ↔ es-ich) = (er ↔ es-sie)	(du ↔ es-du) = (ihr ↔ es-du)
(we ↔ es-wir) = (er ↔ es-er)	(du ↔ es-er) = (ihr ↔ es-wir)
(we ↔ es-du) = (er ↔ es-du)	(du ↔ es-sie) = (ihr ↔ es-ich)

Auf der grammatischer Ebene bedeutet dies, dass die fundamentalen semiotischen Repräsentationen z.B. der folgenden beiden deutschen Sätze

Wir brachten dein Buch.

Er brachte euer Buch.

identisch sind, d.h. ihre entsprechenden Repräsentationsschemata weisen den gleichen Typ von Zeichenverbindungen auf.

Da Referenz und Koreferentialität vor allem in der Spurentheorie innerhalb der generativen Grammatik behandelt werden, liegt hiermit ein konkreter Fall einer "semiotischen Tiefenstruktur" vor, wie sie in linguistischem Zusammenhang bereits in Toth (1993, S. 35 ff.) postuliert worden war.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Reference in theoretical Semiotics. In: Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. Bd. 1. Klagenfurt 2008, S. 40-45 (2008b)

Toth, Alfred, Die Auslöschung der semiotischen Substanz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008c

Formale Ambiguität bei semiotischen Vermittlungsrelationen

1. In Toth (2008c) wurde ein formales semiotisches System, bestehend aus den relationalen Zahlen 1, 2, 3 für triadische Erst-, Zweit- und Drittheit und den Pfeilen ↓, →, ← und ←→ für triadische Selbstinklusion, Rechts- und Linksinklusion sowie sowohl Links- als auch Rechtsinklusion präsentiert:

(1.1) ≡ 1↓ (2.1) ≡ 2→ (3.1) ≡ 3→

(1.2) ≡ ←1→ (2.2) ≡ 2↓ (3.2) ≡ ←3→

(1.3) ≡ ←1 (2.3) ≡ ←2 (3.3) ≡ 3↓

Ferner wurde darauf hingewiesen, dass der Pfeiltyp ↓ rein theoretisch weggelassen werden und das obige System der dyadischen Subzeichen auch allein durch ← und → notiert werden könnte:

(1.1) ≡ 1→ (2.1) ≡ 2→ (3.1) ≡ 3→

(1.2) ≡ ←1→ (2.2) ≡ ←2→ (3.2) ≡ ←3→

(1.3) ≡ ←1 (2.3) ≡ ←2 (3.3) ≡ ←3

2. Allein, wie man sieht, würde dadurch die Ambuitität des Teilsystems der Pfeile, d.h. ohne Berücksichtigung der Relationalzahlen, soweit ansteigen, dass auf letztere gar nicht mehr verzichtet werden könnte. Allerdings wäre es im Sinne der Elimination der letzten substantiellen Spuren aus der Semiotik wünschenswert, auch die Relationalzahlen loszuwerden, denn nach Toth (2008b, S. 177 ff.) können wir jede triadische Zeichenklasse auf 6 Arten permutieren, z.B.:

(I→O→M) ⇔ (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)

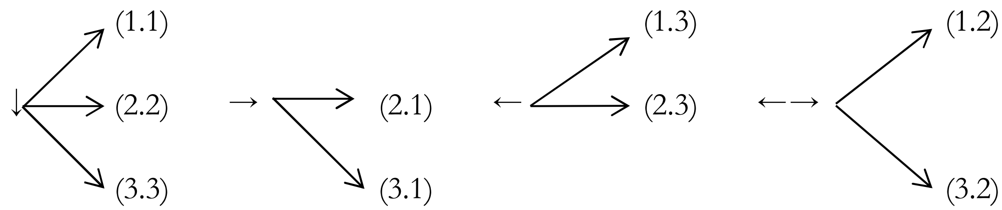
(I→M→O) ⇔ (3.1 1.3 2.2) × (2.2 3.1 1.3)

(O→I→M) ⇔ (2.2 3.1 1.3) × (3.1 1.3 2.2)

(O→M→I) ⇔ (2.2 1.3 3.1) × (1.3 3.1 2.2)

(M→I→O) ⇔ (1.3 3.1 2.2) × (2.2 1.3 3.1)

(M→O→I) ⇔ (1.3 2.2 3.1) × (1.3 2.2 3.1), so dass also jede Relationalzahl an jeder triadischen Position stehen kann. Wenn wir nun die Relationalzahlen aus dem obigen Vermittlungssystem weglassen, bekommen wir folgendes System von Ambiguitäten:



Dies erlaubt uns, die obige permutierte Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) wie folgt in unser nun völlig substanzfreies semiotisches Vermittlungssystem umzuschreiben:

(I→O→M) ⇔ (→ ↓ ←) × (→ ↓ ←)

(I→M→O) ⇔ (→ ← ↓) × (↓ → ←)

(O→I→M) ⇔ (↓ → ←) × (→ ← ↓)

(O→M→I) ⇔ (↓ ← →) × (← → ↓)

(M→I→O) ⇔ (← → ↓) × (↓ ← →)

(M→O→I) ⇔ (← ↓ →) × (← ↓ →),

Eine Vermittlungsrelation wie (→ ↓ ←) × (→ ↓ ←) könnte nun nach dem obigen Ambiguitätenschema folgende Zeichenrelationen repräsentieren:

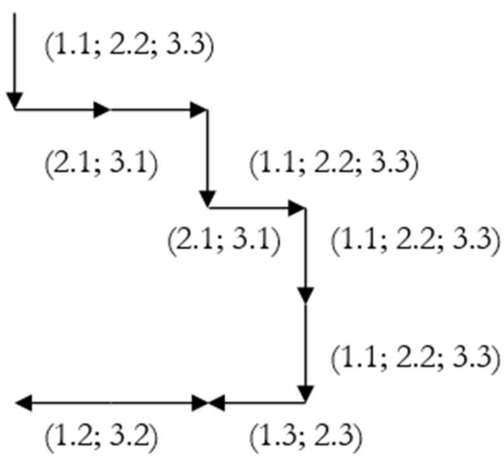
*(2.1 1.1 1.3)	*(3.1 1.1 1.3)	*(2.1 1.1 2.3)	**(3.1 1.1 2.3)
*(2.1 2.2 1.3)	(3.1 2.2 1.3)	*(2.1 2.2 2.3)	*(3.1 2.2 2.3)
**(2.1 3.3 1.3)	*(3.1 3.3 1.3)	*(2.1 3.3 2.3)	*(3.1 3.3 2.3)

Die unterstrichene Zeichenklasse ist die unsere, bevor sie ins Vermittlungssystem konvertiert wurde. Die mit einfachem Asterisk markierten Zeichenklassen scheiden aus, weil sie trotz möglicher Permutiertheit keine triadische Struktur aufweisen. Die Zeichenklassen mit doppeltem Asterisk scheiden ebenfalls aus, obwohl sie zwar eine triadische Struktur haben, aber nicht nach der semiotischen Inklusionsordnung gebaut sind. Obwohl sich also unter den einfach gesternten Zeichenklassen mögliche permutierte oder unpermutierte Realitätsthematiken anderer permutierter oder unpermutierter Zeichenklassen als unserer Ausgangszeichenklasse finden, genügt also als einzige

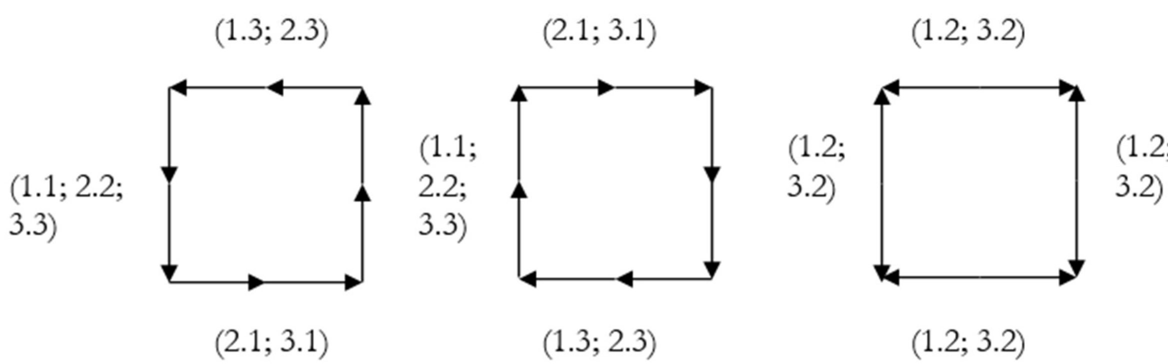
Annahme, eine Zeichenklasse unter den 12 möglichen durch das Ambiguitätsschema verursachten Kombinationen zu finden, so dass wir tatsächlich einzig unsere Ausgangszeichenklasse finden und die übrigen 11 Varianten verschwinden. Wie man leicht zeigt, funktioniert dieses "semiotische Sieb" für sämtliche der 10 Zeichenklassen der Peirce-Benseschen Semiotik.

3. Mit Hilfe des Pfeilsystem (↓ , →, ←, ←→) können wir nun interessante Systeme von semiotischen Pfaden bauen, wobei wir wegen der völligen Substanzlosigkeit der Pfeile nicht auf bereits vorgegebene Substanzen in Form von statischen Subzeichen oder dynamischen Morphismen achten müssen. Allerdings sind zwar, wie gezeigt, alle Pfeile ambig, wobei die Ambiguitäten 2 oder 3 Möglichkeiten pro Pfeil umfassen, es ist aber, wie ebenfalls gezeigt, auch so, dass sich die Ambiguitäten durch das "semiotische Sieb" dadurch eliminieren lassen, dass 1. die nicht triadischen Zeichenrelationen und 2. die nicht nach der semiotischen Inklusionsordnung gebauten Zeichenrelationen ausgeschieden werden. Wir beschränken uns an dieser Stelle nur auf vier kurze semiotische Pfad-Fragmente, ein nicht-zyklisches und drei zyklische.

3.1. Nicht-zyklisches semiotisches Pfad-Fragment



3.2. Zyklische semiotische Pfad-Fragmente



Die Möglichkeit aufwärts- statt abwärtsgerichteter Pfeile verdankt sich der Dualidentität genuiner Subzeichen, d.h. (1.1)-1 = (1.1), (2.2)-1 = (2.2), (3.3)-1 = (3.3).

Da sich das Pfeil-Vermittlungssystem nicht nach der auf statischen Subzeichen und damit auf Substanz gegründeten Theorie der Zeichenverbindungen richten muss, ist es möglich, eine maximal abstrakte allgemeine Zeichengrammatik nach dem Muster der substanzhaften Zeichengrammatik von Toth (2008a) zu konstruieren, nur wird die rein formale, auf dem Pfeilsystem gegründete Zeichengrammatik enorm viel mehr Möglichkeiten zur Wahrnehmung ebenso wie zur Produktion von repräsentiertem Sein umfassen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Ein Notationssystem für semiotische Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008c

Semiotische Identität und die Metaphysik des Todes

1. In Günthers Aufsatz "Ideen zu einer Metaphysik des Todes" lesen wir: "Identität bedeutet logisch das Zusammenfallen zweier Werte. Dementsprechend haben wir im dreiwertigen System auch drei Identitätsrelationen:

$1 \equiv 2$: erste (klassische) Identität

$2 \equiv 3$: zweite Identität

$1 \equiv 3$: dritte Identität,

und es wäre erst noch zu untersuchen, ob der Fortfall der ersten Identität im Tode wirklich die ichhafte Identität des Individuums endgültig auflöst (...). Uns scheint die Frage völlig offen zu sein. Und hier zeigt sich der Mangel einer Metaphysik des Todes" (1980, S. 11 f.).

2. Wir führen hier den Begriff der semiotischen Identität ein. In einer triadischen Zeichenrelation

ZR = (3.a 2.b 1.c)

haben wir demnach die folgenden drei semiotischen Identitäten:

$(3.a) \equiv (2.b)$

$(2.b) \equiv (1.c)$

$(3.a) \equiv (1.c)$

Wenn wir uns daran erinnern, dass der semiotische Interpretant logisch betrachtet ein subjektives Subjekt (sS), der semiotische Objektbezug ein objektives Objekt (oO) und der semiotische Mittelbezug ein objektives Subjekt (oS) ist, dann erhalten wir also folgende semiotisch-logische Korrespondenzen:

$((3.a) \equiv (2.b)) \equiv (sS \equiv oO)$

$((2.b) \equiv (1.c)) \equiv (oO \equiv oS)$

$((3.a) \equiv (1.c)) \equiv (sS \equiv oS)$

Aus dem Vergleich dieser Korrespondenzen mit der obigen Güntherschen Identitätstabelle folgt dann

$(((3.a) \equiv (2.b)) \equiv (sS \equiv oO)) \quad \equiv \quad (1 \equiv 2)$ erste (klassische) Identität

$(((2.b) \equiv (1.c)) \equiv (oO \equiv oS)) \quad \equiv \quad (2 \equiv 3)$ zweite Identität

(((3.a) ≡ (1.c)) ≡ (sS ≡ oS)) ≡ (1 ≡ 3) dritte Identität

Wir haben dann also im einzelnen:

1. (((3.a) ≡ (2.b)) ≡ (sS ≡ oO)) ≡ ((1 ≡ 2) erste (klassische) Identität). Der Wegfall der ersten, klassischen, logischen Identität im Tode bedeutet also die Auflösung der Individualität und logisch gesehen den Kollaps von subjektivem Subjekt und objektivem Objekt, also die conincidentia oppositorum.

2. ((((2.b) ≡ (1.c)) ≡ (oO ≡ oS)) ≡ ((2 ≡ 3) zweite Identität). Logisch gesehen fallen mit dem Wegfall der 2. Identität objektives Objekt und objektives Subjekt zusammen. Daraus ergibt sich, dass nur das Subjekt, also der Geist und nicht die Materie (Substanz), überlebt. Diese logisch-semiotische Korrespondenz ist die wissenschaftstheoretische Grundlage des Gespensterglaubens. Ihr entspricht auch der Platonische Seelenglaube im Phaidon und etwa auch die Konzeption des Aufsterstehungsleibes als eines "geistigen Leibes" bei Gregor von Nyssa (vgl. Bedau 1991, S. 14 f.).

3. (((3.a) ≡ (1.c)) ≡ (sS ≡ oS)) ≡ ((1 ≡ 3) dritte Identität). Logisch fällt hier das subjektive Subjekt mit dem objektiven Subjekt zusammen, und damit fällt alle Subjekthaftigkeit fort. Hier überlebt also nur die Materie bzw. Substanz und nicht der Geist. Beispiele dieses ganz unspirituellen "Überlebens" finden wir also nur in Photographien, Bilder, Statuen und ähnlichen Monumenten der Totenkultur, die ja übrigens für kurze Zeit zu einer eigenen Disziplin innerhalb der Semiotik geführt hatte (vgl. Enninger/Schwens 1989). Auf den Punkt hat diese dritte logisch-semiotische Identität Bedau gebracht: "Die Photographie hat die Welt verfielfach und 'phantomisiert'. Jeder hat seine eigene Unsterblichkeit in der 'Photogruft' erhalten. Jeder ist als 'lebender Leichnam' im Photoalbum bestattet" (1991, S. 17).

Wie bereits in Toth (2008) und früher ausgeführt, ist aber die logische Triade

(sS) – (oS) – (oO)

unvollständig, denn kombinatorisch fehlt ihr als subjektive Objekt (sO), das der semiotischen Kategorie der nullheitlichen Qualität (Q) korrespondiert. Damit haben wir logisch gesehen natürlich ein vierwertiges und semiotisch ein tetradisches System mit 6 Identitäten vor uns:

(1 ≡ 2), (2 ≡ 3), (3 ≡ 4), (1 ≡ 3), (1 ≡ 4), (2 ≡ 4),

von denen wir die erste, zweite und vierte bereits behandelt haben.

4. (((3.a) ≡ (0.d)) ≡ (sS ≡ sO)) ≡ ((3 ≡ 4) vierte Identität). Wenn das subjektive Subjekt und das subjektive Objekt zusammenfallen, verbleiben noch das objektive Objekt und das objektive Subjekt, semiotischen gesehen also O und M. Deren Identität bedeutet die Aufhebung der Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt. Damit können also etwa Menschen aus der oben erwähnten "Photogruft" zum Leben auferstehen.

5. (((1.c) ≡ (0.d)) ≡ (oS ≡ sO)) ≡ ((1 ≡ 4) fünfte Identität). Beim Zusammenfall von objektivem Subjekt und subjektivem Objekt werden semiotisch gesehen Zeichenträger und vorgegebenes (vorthetisches) Objekt identisch. Damit fällt also der Unterschied zwischen Objekt und Meta-Objekt im Sinne Benses (1967, S. 9) weg. Diesen Fall thematisiert der folgende erstaunlich frühe Text Benses: "Kafka könnte auf die vollständige Realität der Dinge verzichten. Die Essenz seiner Welt könnte den Verlust der realen Welt und ihrer Figuren, Geschehnisse und Dinge verschmerzen. Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (Bense 1952, S. 80). Allerdings schliesst 5. auch den umgekehrten Fall ein, wo nämlich die Objekte in ihrer rein ontologischen Gegenständlichkeit den Verlust der Essenz und der Bedeutungen überleben. Als Beispiel hierfür könnte möglicherweise Kafkas "Odradek" stehen (vgl. Bense 1952, S. 63 ff.).

6. (((2.b) ≡ (0.d)) ≡ (oO ≡ sO)) ≡ ((2 ≡ 4) sechste Identität). Beim Zusammenfall von objektivem Objekt und subjektivem Objekt überleben die beiden logischen Subjekte, nämlich das subjektive und das objektive Subjekt oder semiotisch gesprochen der Interpretant und das Mittel. Dieser logisch-semiotische Fall dürfte die wissenschaftstheoretische Grundstruktur des Zombie-Glaubens sein, den Bedau in treffender Weise wie folgt charakterisiert hatte: "Nur die Seelen, die noch vom Körperlichen durchzogen sind, schleichen bei den Gräbern umher, gehen als Wiedergänger um" (1991, S. 14). Wegen der Präsenz des objektiven Objekts steht also der Zombie, logisch gesehen, zwischen dem Individuum und der Statue. Man kann also hieraus auch ersehen, auf welche logische Weise das Pygmalion-Motiv (Ovid, Metamorphosen X 250-252) entstanden ist, das im Grunde die Wurzel der Polykontexturalität darstellt.

Bibliographie

Bedau, Andreas, "Das ist nicht tot, was ewig liegt ...". In: Spuren in Kunst und Gesellschaft Nr. 38, 1991, S. 13-17

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Enninger, Werner/Schwens, Christa, Friedhöfe als kulturelle Texte. In: Zeitschrift für Semiotik 11/2-3, 1989, S. 135-181

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980

Toth, Alfred, Notizen zu Benses logischer Zeichendefinition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Kategorielle Verschachtelung in der erweiterten Semiotik

1. Wie in Toth (2009) gezeigt wurde, kann man auf der Basis der von Bense (1975, S. 100 ff.) eingeführten semiotischen Grossen Matrix auf zwei prinzipiell verschiedene Arten Zeichenklassen aus Paaren von dyadischen Subzeichen bilden:

1. Zklerw = ((3.a 3.b) (2.c 2.d) (1.e 1.f))

2. Zklerw = ((3.a b.c) (2.d e.f) (1.g h.i)) mit a, ..., ∈ {1, 2, 3}

Bei der ersten Variante gehören als innerhalb jedes Bezugs die sekundären (determinierenden) Subzeichen der gleichen triadischen Relation an wie die primären (determinierten) Subzeichen. Bei der zweiten Variante sind nur die Bezüge der primären Zeichen bestimmt. Bei der ersten Variante kann man weiter entscheiden, ob man die semiotische Inklusionsordnung für einfache, d.h. nicht-erweiterte triadische Zeichenklassen

Zkl = (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c

auch auf die zu konstruierenden erweiterten Zeichenklassen überträgt. Tut man es, so erhält man, wie in Toth (2009) gezeigt wurde, 21 Zeichenklassen der Form (a ≤ b ≤ c ≤ d ≤ e ≤ f); tut man es nicht, so lassen sich 93 = 729 Zeichenklassen bilden. Bei der zweiten Variante sind es 273 = 10‘683 Zeichenklassen, wenn man als einzige Ordnung die einfache triadische Ordnung a ≤ d ≤ g anerkennt.

2. Welche Variante man wählt, erweiterte Zeichenklassen haben eine Eigentümlichkeit, die man am besten dadurch darstellen kann, dass man sie nach dem in Toth (2008, S. 159 ff.) eingeführten Fahren als „dynamische“ Kategorien auffasst. Im Gegensatz zur statischen semiotischen Kategorietheorie, in der einfach jedem Subzeichen, aufgefasst als Semiose, ein Morphismus zugeordnet wird, trägt die dynamische semiotische Kategorietheorie der Tatsache Rechnung, dass das Peircesche Zeichen eine „verschachtelte Relation über Relationen“ ist (Bense 1979, S. 53, 67) ist, d.h. dass es nicht einfach eine 3-stellige Relation ist, sondern eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und eine triadischen Partialrelation, wobei die monadische in der dyadischen und beide in der triadischen Partialrelation inkludiert sind.

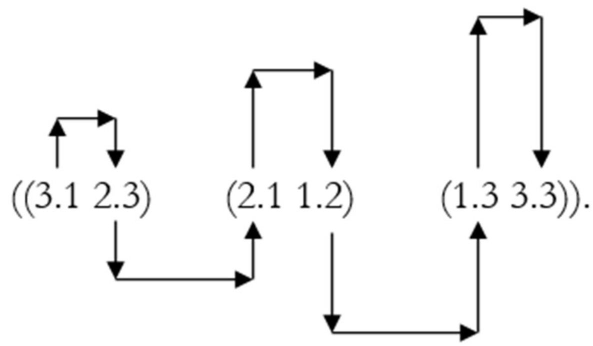
Nehmen wir als konkretes Beispiel die folgende Zeichenklasse:

Zklerw = ((3.1 2.3) (2.1 1.2) (1.3 3.3)),

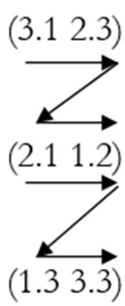
d.h. eine erweiterte Zeichenklasse vom Typ 2 mit der Inklusionsordnung ($a \leq d \leq g$). Dann können wir diese Zeichenklasse wie folgt in semiotisch-kategorietheoretischer Notation schreiben:

Zklerw = $[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\mathrm{id}2, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha], [\mathrm{id}1, \beta], [\beta\alpha, \mathrm{id}3]]$

Wir haben also folgende Verschachtelungen vorgenommen:



Wenn wir die drei Dyaden-Paare untereinander schreiben, sieht das so aus:



3. Wenn wir nun mit dieser kategoriellen Verschachtelung fortfahren, erhalten wir auf der nächsten Stufe:

$[[\beta^\circ, \mathrm{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\mathrm{id}2, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \mathrm{id}1], [\alpha, \beta], [\mathrm{id}1, \beta\alpha], [\beta, \mathrm{id}3]]$

Auf einer dritten Stufe:

[[β°, βα], [id2, α°β°], [βα, id2], [α°β°, α°], [id2, α°β°], [α°, α], [α°β°, α°], [α, id1], [α°, α], [id1, β], [α, id1], [β, βα], [id1, β], [βα, id3]]

Und auf einer vierten Stufe:

[[β°, id2], [βα, α°β°], [id2, βα], [α°β°, id2], [βα, α°β°], [id2, α°], [α°β°, id2], [α°, α°β°], [id2, α°], [α°β°, α], [α°, α°β°], [α, α°], [α°β°, α], [α°, id1], [α, α°], [id1, α], [α°, id1], [α, β], [id1, α], [β, id1], [α, β], [id1, βα], [β, id1], [βα, β], [id1, βα], [β, id3]]

Nun vergleichen wir die geraden und die ungeraden Stufen untereinander:

n = 1 und n = 3:

[[β°, βα], [id2, α°β°], [α°, α], [id1, β], [βα, id3]]

[[β°, βα], [id2, α°β°], [βα, id2], [α°β°, α°], [id2, α°β°], [α°, α], [α°β°, α°], [α, id1], [α°, α],

[id1, β], [α, id1], [β, βα], [id1, β], [βα, id3]]

n = 2 und n = 4:

[[β°, id2], [βα, α°β°], [id2, α°], [α°β°, α], [α°, id1], [α, β], [id1, βα], [β, id3]

[[β°, id2], [βα, α°β°], [id2, βα], [α°β°, id2], [βα, α°β°], [id2, α°], [α°β°, id2], [α°, α°β°],

[id2, α°], [α°β°, α], [α°, α°β°], [α, α°], [α°β°, α], [α°, id1], [α, α°], [id1, α], [α°, id1], [α, β],

[id1, α], [β, id1], [α, β], [id1, βα], [β, id1], [βα, β], [id1, βα], [β, id3]]

Wir sehen also, dass die verschachtelten kategoriellen Strukturen einer Stufe n Teilmengen der iterierten verschachtelten kategoriellen Strukturen einer Stufe (n+1) sind, und zwar gesondern für gerades und für ungerades n.

4. Eine weitere Besonderheiten – neben der Teilmengenbeziehungen zwischen je zwei geraden oder ungeraden Stufen – findet man in einer Art von Slots, die man auf der jeweils vorangehenden Stufe einer geraden oder ungeraden Stufe (d.h. also allgemein n ← (n+2)) postulieren kann, und zwar hat die Stufe n gegenüber der nächsten Stufe (n+2) immer 3 Slots oder „kategoriale Spuren", wobei die ersten zwei Morphismen sowohl im geraden wie im ungeraden Fall ausgenommen sind:

(n = 2) → (n = 4):

[[β°, id2], [βα, α°β°], —, — , — , [id2, α°], — , — , — , [α°β°, α], — , — , — , [α°, id1], — , — , — , [α, β], — , — , — , [id1, βα], — , — , — , [β, id3]

$$\downarrow$$

[[β°, id2], [βα, α°β°], [id2, βα], [α°β°, id2], [βα, α°β°], [id2, α°], [α°β°, id2], [α°, α°β°], [id2, α°], [α°β°, α], [α°, α°β°], [α, α°], [α°β°, α], [α°, id1], [α, α°], [id1, α], [α°, id1], [α, β], [id1, α], [β, id1], [α, β], [id1, βα], [β, id1], [βα, β], [id1, βα], [β, id3]]

(n = 1) → (n = 3):

[[β°, βα], [id2, α°β°], — , — , — , [α°, α], — , — , — , [id1, β], —, —, —, βα, id3]]

$$\downarrow$$

[[β°, βα], [id2, α°β°], [βα, id2], [α°β°, α°], [id2, α°β°], [α°, α], [α°β°, α°], [α, id1], [α°, α], [id1, β], [α, id1], [β, βα], [id1, β], [βα, id3]]

Schliesslich und endlich finden wir als dritte bemerkenswerte Eigenschaft, dass die Anzahl der Morphismen pro verschachtelter kategorieller Struktur eine einzigartige Zahlenfolge generiert, deren Anfang wie folgt ausschaut:

Stufe	Anzahl Morphismen
n = 1	5
n = 2	8
n = 3	14
n = 4	26

Was das alles zu bedeuten hat, muss späteren Arbeiten überlassen werden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die erweiterte Semiotik auf der Basis der Grossen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Spuren als semiotische Transformationsklassen

1. Wir hatten bereits einen Versuch zur Erklärung von Spuren im Rahmen der Semiotik gemacht (vgl. Toth 2008), wo von Peirceschen Zeichenklassen mit inkorporierten kategorialen Objekten ausgegangen worden war. Im vorliegenden Aufsatz benutze ich die in Toth (2009) eingeführten semiotisch-ontologischen Transformationsklassen.

2. Zunächst können wir im Anschluss an Benses Feststellung, dass der Zeichenträger ein „triadisches Objekt" sei (Bense/Walther 1973, S. 71), wie in Toth (2009) gezeigt, auch den Interpreten und das ontische, durch das Zeichen bezeichnete Objekt als triadische Objekte bestimmen und erhalten auf diese Weise eine triadische Objektrelation

$$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathfrak{I})$$

Der Zusammenhang zwischen OR und der Peirceschen Zeichenrelation ZR ergibt sich durch Korrelation

$$\begin{array}{llll} OR = (& \mathcal{M}, & \Omega, & \mathfrak{I}) \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ZR = (& M, & O, & I) \end{array}$$

OR ist eine ontologische Relation, und weil jedes seines drei Objekte selbst triadisch ist, können wir die Trichotomien wie folgt bestimmen

$$\mathcal{M} = \{\mathcal{M}\mathcal{M}, \mathcal{M}\Omega, \mathcal{M}\mathfrak{I})$$

$$\Omega = \{\Omega\mathcal{M}, \Omega\Omega, \Omega\mathfrak{I})$$

$$\mathfrak{I} = \{\mathfrak{I}\mathcal{M}, \mathfrak{I}\Omega, \mathfrak{I}\mathfrak{I})$$

Wiederum durch Korrelation zwischen den Trichotomien von OR und den bekannten Trichotomien von ZR haben wir

$$\begin{pmatrix} \mathfrak{m}\mathfrak{m} & \mathfrak{m}\Omega & \mathfrak{m}\Im \\ \Omega\mathfrak{m} & \Omega\Omega & \Omega\Im \\ \Im\mathfrak{m} & \Im\Omega & \Im\Im \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Zwischen der linken, ontologischen Matrix und der rechten, semiotischen Matrtix können nun zwei Transformationsmatrizen, eine ontologisch-semiotische (links) sowie eine semiotisch-ontologische (rechts), angesetzt werden:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1}1 & \mathbf{1}2 & \mathbf{1}3 \\ \mathbf{2}1 & \mathbf{2}2 & \mathbf{2}3 \\ \mathbf{3}1 & \mathbf{3}2 & \mathbf{3}3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.\mathbf{1} & 1.\mathbf{2} & 1.\mathbf{3} \\ 2.\mathbf{1} & 2.\mathbf{2} & 2.\mathbf{3} \\ 3.\mathbf{1} & 3.\mathbf{2} & 3.\mathbf{3} \end{pmatrix}$$

Über ZR konstruierte Zeichenklassen haben bekanntlich die Form

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3} und a $\leq$ b $\leq$ c.

Eine einfache Überlegung lehrt uns, dass die inklusive Ordnung für über OR konstruierte Objektsklassen nicht gelten kann, da Objekte nicht wie relationale Zeichen ineinander verschachtelt sind. Damit bekommen wir also für die 10 Peirceschen Zeichenklassen 33 = 27 Objektsklassen, 27 Zeichen/Objektsklassen, jedoch wiederum 10 Zeichen/Objektsklassen der folgenden Formen, die wir Transformationsklassen nennen wollen:

TK1 = (**3.**a **2**.b **1**.c) mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3} und a $\leq$ b $\leq$ c

TK2 = (3.**a** 2.**b** 1.**c**) mit **a**, **b**, **c** $\in$ {.**1**, .**2**, .**3**},

wobei also mit **a** <>=**b**<>=**c**.

Die über TK1 und TK2 konstruierbaren total 37 Zeichenklassen und ihre dualen Realitätsthematiken sind also die „Interface-Klassen" sozusagen auf halbem Weg zwischen Zeichen und Objekten. Dies dürfte mit der üblichen Intention von „Spuren" sich decken. Ich bringe als Beispiel die folgende Passage aus dem letzten, unvollendeten Roman von Heimito von Doderer, „Der Grenzwald“:

> Im Frühjahr, da dunsten die alten Gassen richtig auf. Man glaubt wahrlich, über tiefe Höhlungen voll längst vergangener Gerüche auf dem schmalen Stege einer Gegenwart zu schreiten. Es gibt auch hier eine – Durchsichtigkeit in einst gewesenen Duft oder Dunst, aber man sieht eben nicht, sondern man riecht. man riecht durch bis in die Tiefe der Zeiten, und man sieht’s unmittelbar ein, dass es dort so hatte riechen müssen, und dass man dazugehörte. (von Doderer 1967, S. 174)

In Ergänzung zu TK1 und TK2 kann man sich überlegen, transitorische Hybridklassen z.B. der folgenden Formen herzustellen:

TK(H1) = (**3.**a 2.b 1.**c**)

TK(H2) = (3.**a 2.b 1**.c), usw.

In beiden Hybridklassen stammen also sowohl die triadischen Haupt- als auch die trichotomischen Stellenwerte aus Repertories, die selbst hybride sind, oder aber sie müssen aus zwei verschiedenen Repertoires selektiert werden.

Den Transit. und Hybridklassen ist somit gemein, dass sie erkenntnistheoretisch und metapyhsisch im intermediären „Niemandsland“ zwischen Zeichen und Objekt bzw. semiotischem und ontologischem Raum (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) angesiedelt sind. Dort liegen die Spuren, denn diese sind erst auf der von allem Materialen befreiten Zeichenebene zu finden. Da Zeichen schon wegen ihres notwendig materialen Zeichenträgers immer in der realen Objektwelt verankert sind, haben wir hier sozusagen mit dem ontologischen Korrelat $\mathcal{M}$ von M auch die ontologischen Korrelate von O und I, d.h. Ω und $\mathfrak{I}$ in die Objektwelt „hinunter“ gezogen. Somit sind „gemischte“ Repräsentationsklassen, deren triadische und/oder trichotomischer Glieder jeweils einer der beiden Räume angehören, Anker, welche diese transitorischen Klassen gleichzeitig „unten“ in der Objektwelt und „oben“ in der Zeichenwelt verankern. Sie sind also gleichzeitig im Sein und im Bewusstsein fundiert und entsprechen damit der landläufigen Vorstellung von Spuren als „Resten“ oder „Überbleibseln“ verstorbener Personen, abgebrochener Häuser, ja sogar, wie das von Doderer-Zitat belegt, von

Gerüchen. Es gäbe wohl kaum die Scharen von Touristen, die alljährlich in die Geburtshäuser von Goethe, Schiller oder Nietzsche pilgern, wenn man sich nicht erhoffte, dort noch ein Quant des Odems dieser Berühmtheiten zu erhaschen. Auch der kirchliche Reliquien-Kult hat in der Auffassung von Spuren als Verbindungsstücken zwischen einer temporal und/oder lokal nicht mehr präsenten Realität ihre Wurzel. Die hier eingeführten Transitionsklassen einerseits und die aus ihnen zusammengesetzten Hybridklassen andererseits stellen somit eine präzise Formalisierung und Entmythologisierung dieser Form des Denkens und Glaubens dar.

Bibliographie

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Grundlegung einer semiotischen Spurentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Das Zeichen als Fragment. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

von Doderer, Heimito, Der Grenzwald. München 1967

Spuren und Keime

1. In Heimito von Doderers „Der Grenzwald“ (München 1967) gibt es die folgende Stelle: „Im Frühjahr, da dunsten die alten Gassen richtig auf. Man glaubt wahrlich, über tiefe Höhlungen voll längst vergangener Gerüche auf dem schmalen Stege einer Gegenwart zu schreiten. Es gibt auch hier eine – Durchsichtigkeit in einst gewesenen Duft oder Dunst, aber man sieht eben nicht, sondern man riecht. Man riecht durch bis in die Tiefe der Zeiten, und man sieht's unmittelbar ein, dass es dort so hatte riechen müssen, und dass man dazugehörte“ (1967, S. 174).

2. Aufgabe der Archäologie ist es z.B., aufgrund von Resten auf die Zivilisation früherer Zeiten zu schliessen, d.h. von den in unserer Zeit zurückgelassenen **Spuren** frühere kulturelle Objekte nach Möglichkeit zu rekonstruieren. Dies funktioniert natürlich nur dann, wenn die Spuren in irgendeiner semiotischen Beziehung zum früheren Objekt stehen, denn mittels der bedeutungs- und sinnfreien Logik können natürlich keine kommunikativen Objekte, Strukturen und Systeme wiederhergestellt werden. Anderseits wäre ein solcher Versuch von Anfang an aussichtslos, wenn es keine Spuren gäbe oder frühere Spuren verwischt wären. Beispiele sind Burgruinen, in denen anhand von Mauerresten Standort und Funktion früherer Gebäude rekonstruiert werden, z.B. den Bergfried, Ökonomiegebäude, Küchen, Lagerräume, Wohnräume, usw. Semiotisch gesehen, sind Spuren also eine besondere Form von Zeichen, die in einer pars-pro-toto-Relation zu einem zeitlich zurückliegenden Referenzobjekt liegen. Wir können dies wie folgt formal ausdrücken:

Spur = $(\mathcal{M}2, \mathrm{M}, \mathrm{O}, \mathrm{I}) \rightarrow \mathrm{OR} = (\mathcal{M}1, \Omega 1, \mathcal{J}1)$.

Da der moderne Zeichenträge, d.h. die eigentliche materiale Spur aber vermöge der pars-pro-toto-Relation ein Teil des Objektes ist, gilt ferner

$\mathcal{M}2 \subset \Omega 1$.

Da aber $\mathcal{M}1$ selbst ein Teil des Kulturobjektes ist, z.B. ein Teil des Steines eines Hauses, muss natürlich ebenfalls gelten

$\mathcal{M}1 \subset \Omega 1$,

und wir haben somit

$\mathcal{M}2 \subset \mathcal{M}1 \subset \Omega 1$.

In einem weiteren Schritt (vgl. Toth 2009) können wir nun die Partialrelationen der Spuren-Relation in der Form einer ungeordneten Mengen über geordneten Telmengen notieren, d.h. wir formen

Spur = $(\mathcal{M}2, M, O, I) \rightarrow OR = (\mathcal{M}1, \Omega 1, \mathcal{I}1)$

zu

Spur = $\{< M, (\mathcal{M}2 \subset \mathcal{M}1)>, <O, \Omega 1>, <I, \mathcal{I}1>\}$,

um, was somit semiotisch äquivalent ist mit

Spur = $\{M, <O, (\mathcal{M}2 \subset \mathcal{M}1 \subset \Omega 1)>, <I, \mathcal{I}1>\}$.

Ferner muss I natürlich eine Teilmenge von $\mathcal{I}$ sein, da nur eine Teilmenge des Bewusstseins eines Interpreten an den Zeichenkonnex abgegeben kann (ansonsten müsste man mindestens 2 Ontologien annehmen, ferner würde dann die Zeichenrelation der Spur nicht mit der Objektrelation des ehemaligen Objekts übereinstimmen, d.h. in beiden Fällen wäre eine Rekonstruktion gar nicht möglich, d.h. es würde dann auch keine Spur vorliegen):

$I \subset \mathcal{I}1$

Allerdings können wir noch einen beträchtlichen Schritt weitergehen, denn auch M und O sind Teile von $\mathcal{M}$ und Ω, denn sie sind ja deren Reste, und zwar zuerst von $\mathcal{M}1$ und dann von $\mathcal{M}2$, d.h. wir haben nun

Spur = $\{\mathcal{M}2 \subset M \subset \mathcal{M}1 \subset O \subset \Omega 1)>, (I \subset \mathcal{I}1)\}$.

Dieser Ausdruck besagt nun, dass zur Rekonstruktion des einstigen Objektes der gegenwärtige Zeichenträger $\mathcal{M}2$ und der in der Spur enthaltene Zeichenkonnex ($I \subset \mathcal{I}1$) ausreichend sind, oder noch einfacher gesagt, dass es möglich ist, den früheren Zustand eines Objektes aus seiner gegenwärtigen zeichenhaften Spur zu rekonstruieren.

3. **Keime** nenne ich Spuren, bei denen der Zeitpfeil invertiert ist. Ein Keim ist also eine in die Zukunft statt in die Vergangenheit weisende Spur, die es z.B. beim früheren Zustande des folgenden Eckhauses Minervastrasse 149/Hegibachplatz in 8008 Zürich mir vor dem 4.1.2001, da ich Zürich verlassen hatte, möglich gemacht hätte, zu erkennen, dass dort, wo einst eine Eckkneipe war und wo ich jeden Tag vorbeispazierte auf dem Weg in meine Stammkneipe, mehr als 8 Jahre später, am 30. Mai 2009, ein von mir jahrelang in der ganzen Schweiz vermisster ungarischer Spezialitätenladen eröffnen würde:

Wie man Spuren formalisiert, welche frühere Objekte in der gegenwärtigen Zeit zurückgelassen haben, das haben wir soeben gezeigt. Aber wie formalisiert man Keime? Bense (1975, S. 45 f., 65 f.) hatte die "disponiblen" oder kategorialen Mittel sowie Objekte eingeführt. Sie bilden zusammen mit den disponiblen Interpretanten eine von mir präsemiotisch genannte Zwischenstufe zwischen dem "ontologischen" und dem "semiotischen Raum" (vgl. Toth 2008):

PZR = (M°, O°, I°)

Vom Standpunkt der Gegenwart aus und mit Blick in die Zukunft ist also eine Objektrelation als eine disponible präsemiotische Relation aufzufassen. Wir können nun zwar natürlich nicht in die Zukunft erinnern, aber wir können durch die Transformation der ontologischen in ihre korrelativen präsemiotischen Kategorien die Keime künftiger Entwicklung dadurch erkennen, dass wir die präsemiotischen

Kategorien an die Stelle der ontologischen Kategorien in der Spuren-Relation einsetzen und gleichzeitig die zeitlich intendierte Indizierung der Kategorien bzw. Partialrelation umkehren. Dann erhalten wir als Definition von Keimen:

Keim = $\{<(M°1 \subset M \subset M°2) \subset O \subset O°1)>, (I \subset I°2)\}$.

Dieser Ausdruck besagt nun, dass die disponiblen Mittel der Zukunft M° (t = 2) aus den disponiblen Mitteln der Gegenwart (M°1) erkennbar sind, und zwar so, dass sie eine Teilmenge des inneren Objektes bilden, das seinerseits eine Teilmenge der realen Objektes der Gegenwart, d.h. O°1, ist. Ferner benötigen wir zur "Prä-Konstruktion" des zukünftigen Interpretanten (I°2) lediglich den Interpretanten des Keims, d.h. der Spur, die in die Gegenwart weist und die wir somit an realen Objekt in der Form von Zeichen ablesen können.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Mittelrepertorie, Objektbereich und Interpretantenfeld. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

von Doderer, Heimito, Der Grenzwald. München 1967

Kategoriale Spuren

1. Nach Bense (1979, S. 53, 67) ist die Peircesche triadische Zeichenrelation

ZR = (.1., .2., .3.)

eine triadisch gestufte („verschachtelte") Relation aus einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Partialrelation

ZR = (.1.), (.1. → .2.), (.1. → .2. → .3.) bzw.

ZR = ((.1.), ((.1.) → (.1. → .2.)), (((.1.) → (.1. → .2.)) → (.3.))).

Das bedeutet also, dass, wie bei den Peano-Zahlen, die Nachfolger der Primzeichen bestimmt und eindeutig sind. Man kann das nun aber so intepretieren, dass man σ(n) für n = 1 und n = 2 als kategoriale Spur dem jeweiligen (n-1) indiziert. Man erhält so

$(.1.)_{(.2.)}$
$(.2.)_{(.3.)}$
$(.3.)_{(.1.)}$

bzw.

ZR = $((.1.)_{(.2.)}, (.2.)_{(.3.)}, (.3.)_{(.1.)})$,

wobei man sich die Pfeile sparen kann.

2. Mit Hilfe dieser kategorialen Spuren ergeben sich aber jeweils pro Bezug neben der richtigen Spur auch zwei falsche Spuren:

$(.1.)_{(.1.)}$ / $(.1.)_{(.3.)}$
$(.2.)_{(.1.)}$ / $(.1.)_{(.2.)}$
$(.3.)_{(.2.)}$ / $(.1.)_{(.3.)}$
(.3.)(.2.) / (.1.)(.3.)

Damit treten also neben das System der 10 Peirceschen Zeichenklassen, das wir nachstehend ergänzt um die korrekten kategorialen Spuren wiedergeben:

$$\begin{array}{lll}
(3.1)_{(.1.)} & (2.1)_{(.3.)} & (1.1)_{(.2.)} \\
(3.1)_{(.1.)} & (2.1)_{(.3.)} & (1.2)_{(.2.)} \\
(3.1)_{(.1.)} & (2.1)_{(.3.)} & (1.3)_{(.2.)} \\
(3.1)_{(.1.)} & (2.2)_{(.3.)} & (1.2)_{(.2.)} \\
(3.1)_{(.1.)} & (2.2)_{(.3.)} & (1.3)_{(.2.)} \\
(3.1)_{(.1.)} & (2.3)_{(.3.)} & (1.3)_{(.2.)} \\
(3.2)_{(.1.)} & (2.2)_{(.3.)} & (1.2)_{(.2.)} \\
(3.2)_{(.1.)} & (2.2)_{(.3.)} & (1.3)_{(.2.)} \\
(3.2)_{(.1.)} & (2.3)_{(.3.)} & (1.3)_{(.2.)} \\
(3.3)_{(.1.)} & (2.3)_{(.3.)} & (1.3)_{(.2.)}
\end{array}$$

fünf weitere Systeme zu je 10 Zeichenklassen mit den falschen kategorialen Spuren

$$\begin{array}{lll}
(3.1)_{(.1.)} & (2.1)_{(.2.)} & (1.1)_{(.3.)} \\
(3.1)_{(.1.)} & (2.1)_{(.2.)} & (1.2)_{(.3.)} \\
(3.1)_{(.1.)} & (2.1)_{(.2.)} & (1.3)_{(.3.)} \\
(3.1)_{(.1.)} & (2.2)_{(.2.)} & (1.2)_{(.3.)} \\
(3.1)_{(.1.)} & (2.2)_{(.2.)} & (1.3)_{(.3.)} \\
(3.1)_{(.1.)} & (2.3)_{(.2.)} & (1.3)_{(.3.)} \\
(3.2)_{(.1.)} & (2.2)_{(.2.)} & (1.2)_{(.3.)} \\
(3.2)_{(.1.)} & (2.2)_{(.2.)} & (1.3)_{(.3.)} \\
(3.2)_{(.1.)} & (2.3)_{(.2.)} & (1.3)_{(.3.)} \\
(3.3)_{(.1.)} & (2.3)_{(.2.)} & (1.3)_{(.3.)}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
(3.1)_{(.2.)} & (2.1)_{(.3.)} & (1.1)_{(.1.)} \\
(3.1)_{(.2.)} & (2.1)_{(.3.)} & (1.2)_{(.1.)} \\
(3.1)_{(.2.)} & (2.1)_{(.3.)} & (1.3)_{(.1.)} \\
(3.1)_{(.2.)} & (2.2)_{(.3.)} & (1.2)_{(.1.)} \\
(3.1)_{(.2.)} & (2.2)_{(.3.)} & (1.3)_{(.1.)} \\
(3.1)_{(.2.)} & (2.3)_{(.3.)} & (1.3)_{(.1.)} \\
(3.2)_{(.2.)} & (2.2)_{(.3.)} & (1.2)_{(.1.)} \\
(3.2)_{(.2.)} & (2.2)_{(.3.)} & (1.3)_{(.1.)} \\
(3.2)_{(.2.)} & (2.3)_{(.3.)} & (1.3)_{(.2.)} \\
(3.3)_{(.2.)} & (2.3)_{(.3.)} & (1.3)_{(.1.)}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
(3.1)_{(.2.)} & (2.1)_{(.1.)} & (1.1)_{(.3.)} \\
(3.1)_{(.2.)} & (2.1)_{(.1.)} & (1.2)_{(.3.)} \\
(3.1)_{(.2.)} & (2.1)_{(.1.)} & (1.3)_{(.3.)} \\
(3.1)_{(.2.)} & (2.2)_{(.1.)} & (1.2)_{(.3.)} \\
(3.1)_{(.2.)} & (2.2)_{(.1.)} & (1.3)_{(.3.)} \\
(3.1)_{(.2.)} & (2.3)_{(.1.)} & (1.3)_{(.3.)} \\
(3.2)_{(.2.)} & (2.2)_{(.1.)} & (1.2)_{(.3.)} \\
(3.2)_{(.2.)} & (2.2)_{(.1.)} & (1.3)_{(.3.)} \\
(3.2)_{(.2.)} & (2.3)_{(.1.)} & (1.3)_{(.3.)} \\
(3.3)_{(.2.)} & (2.3)_{(.1.)} & (1.3)_{(.3.)}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
(3.1)_{(.3.)} & (2.1)_{(.2.)} & (1.1)_{(.1.)} \\
(3.1)_{(.3.)} & (2.1)_{(.2.)} & (1.2)_{(.1.)} \\
(3.1)_{(.3.)} & (2.1)_{(.2.)} & (1.3)_{(.1.)} \\
(3.1)_{(.3.)} & (2.2)_{(.2.)} & (1.2)_{(.1.)} \\
(3.1)_{(.3.)} & (2.2)_{(.2.)} & (1.3)_{(.1.)} \\
(3.1)_{(.3.)} & (2.3)_{(.2.)} & (1.3)_{(.1.)} \\
(3.2)_{(.3.)} & (2.2)_{(.2.)} & (1.2)_{(.1.)} \\
(3.2)_{(.3.)} & (2.2)_{(.2.)} & (1.3)_{(.1.)} \\
(3.2)_{(.3.)} & (2.3)_{(.2.)} & (1.3)_{(.1.)} \\
(3.3)_{(.3.)} & (2.3)_{(.2.)} & (1.3)_{(.1.)}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
(3.1)_{(.3.)} & (2.1)_{(.1.)} & (1.1)_{(.2.)} \\
(3.1)_{(.3.)} & (2.1)_{(.1.)} & (1.2)_{(.2.)} \\
(3.1)_{(.3.)} & (2.1)_{(.1.)} & (1.3)_{(.2.)} \\
(3.1)_{(.3.)} & (2.2)_{(.1.)} & (1.2)_{(.2.)} \\
(3.1)_{(.3.)} & (2.2)_{(.1.)} & (1.3)_{(.2.)}
\end{array}$$

3. Alle diese Fälle sind natürlich zu untersuchen. Wir wollen uns an dieser Stelle nur fragen, was es bedeutet, wenn z.B. ein Mittel eine Interpretanten- anstatt die Objektspur trägt. Wir haben dann z.B. bei der Zeichenklasse des vollständigen Objekts folgende zwei möglichen Fälle

$$(3.2)_{(.1.)}\ (2.2)_{(.2.)}\ (1.2)_{(.3.)}$$
$$(3.2)_{(.2.)}\ (2.2)_{(.1.)}\ (1.2)_{(.3.)}$$

Im ersten Fall referiert also der Objetbezug nur auf sich selbst, d.h. der Interpretant ist nicht sein Nachfolger, sondern der Vorgänger des Mittels. Im zweiten Fall ist der Interpretant der Vorgänger des Objekts. In beiden Fällen ist also das semiotische Mittel der Vorgänger des Interpretanten, d.h. es gilt

$(.1.) \rightarrow (.3.)$

und damit mengentheoretisch

$(.1.) \subset (.3.)$.

Wir können also zur Illustration dieser beiden Fällen die berühmte Lithographie „Belvédère" M.C. Eschers heranziehen, in der sich das „unmögliche Objekt" zwar auf der 2-Dimensionalität der Fläche, nicht aber in der 3-Dimensionalität des Raumes darstellen lässt. Das Gebäude als Objekt ist zusammengesetzt aus Mitteln, d.h. Zeichenträgern, die also ein Teil des Interpretanten sind, in dessen Phantasie es besteht (denn es gibt keine 2-dimensionalen Häuser). Damit kann man also semiotisch durch kategoriale Spuren bzw. falsche Nachfolge- und damit falsche mengentheoretische Inklusionsrelationen die physikalische Unmöglichkeit des Escherschen Gebäudes thematisieren. Es ist zu untersuchen, ob allgemein physikalische Gesetze (bzw. deren Durchbrechung) auf semiotische kategoriale Spuren bzw. Abbildungen (bzw. dem Austausch ihrer Codomänen/Domäönen) zurückgeführt werden können.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Escher, Maurits Cornelis, Der Zauberspiegel des M.C. Escher, hrsg. von Bruno Ernst. Berlin 1989

Semiotische und physikalische Gesetze und deren Durchbrechung

1. In Toth wurde (2009b) wurde die Tatsache, dass in der Peirceschen Zeichenrelation

ZR = (M, O, I)

jedes Primzeichen einen eindeutigen Nachfolger im Sinne der Peano-Axiome hat (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.; 1983, S. 192 ff.), wie folgt in eine Index-Notation umgesetzt:

ZR = (MO, OI, IM).

Das bedeutet also, dass man im System der Primzeichen richtige von falschen Nachfolgern unterscheiden kann:

Richtige N.:	Falsche N.:
MO	MM MI
OI	OM OO
IM	IO II

2. Damit ist es nun natürlich möglich, neben regulären Zeichenrelationen der Form

$$Zkl = ((M.a)_O\ (O.b)_I\ (I.c)_M)$$

unregelmässige Zeichenklassen der folgenden Formen zu konstruieren:

1. $(M.a)_M\ (O.b)_M\ (I.c)_O$	5. $(M.a)_I\ (O.b)_M\ (I.c)_O$
2. $(M.a)_M\ (O.b)_M\ (I.c)_I$	6. $(M.a)_I\ (O.b)_M\ (I.c)_I$
3. $(M.a)_M\ (O.b)_O\ (I.c)_O$	7. $(M.a)_I\ (O.b)_O\ (I.c)_O$
4. $(M.a)_M\ (O.b)_O\ (I.c)_I$	8. $(M.a)_I\ (O.b)_O\ (I.c)_I$

Man kann nun einen Schritt weiter gehen und für die 8 unregelmässigen Zeichenklassen ein relationales Notationssystem einführen, wobei das Zeichen ↰ in Ermangelung eines besseren Zeichens für Selbstreflexivität steht:

1. M↰ ← O ← I	5. M →→ ← O ← I
2. M↰ ← O I↰	6. M →→ ←O I↰
3. M↰ O↰ ← I	7. M →→ O↰ ← I
4. M↰ O↰ I↰	8. M →→ O↰ I ↰

Die Nrn. 1-8 sind also falsche semiotische Gesetze. Falsch sind sie nicht primär deswegen, weil sie falsche Abbildungen von von Prim- bzw. Subzeichen involvieren, sondern weil diese falschen Abbildungen aus falschen kategorialen Spuren an einer semiotischen Zahl (n-1) bezüglich ihres Nachfolger n resultieren. Anders als die Peanozahlen, bei denen man in falschen Nachfolgerelationen wie etwa

1 → 3 → 2

2 → 1 → 3

3 → 2 → 1, usw.

einfach die „tokens“ durch einen Normalformoperator normalisieren kann, so dass wie in den oben Beispielen einfach dreimal

1 → 2 → 3

erhalten, ist dies bei den 8 falschen semiotischen Nachfolgerelationen nicht möglich, da es keine Möglichkeit gibt, ein M in O oder I, ein O in M oder I und ein I in M oder O zu „normalisieren“, denn hier sind im Gegensatz zu Peanozahlen Qualitäten involviert. Umso nachdenklicher stimmt uns deshalb, dass bei den qualitativ-quantiativen Proto-, Deutero- und Trio-Zahlen Normalformoperatoren möglich sind (vgl. Kronthaler 1986, S. 26 f.).

3. Zeichen entstehen, wie spätestens seit Bense (1967, S. 9) bekannt, durch Metaobjektivierung aus Objekten, so dass zwischen den semiotischen Gesetzen der Zeichen und den physikalischen Gesetzen der Objekte ein semiosischer, d.h. zeichengenetischer Zusammenhang besteht. Um die den semiotischen entsprechenden

physikalischen Gesetze zu bekommen, brauchen wir nur statt von der Peirceschen Zeichenrelation von der semiotischen Objektrelation

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$

auszugehen (vgl. Toth 2009a). Wir bekommen dann in strenger Analogie zu den semiotischen Gesetzen und ihren Durchbrechungen

$ZR = (\mathcal{M}_{\Omega}, \Omega_{\mathcal{I}}, \mathcal{I}_{m})$.

Richtige N.:	Falsche N.:
$\mathcal{M}_{\Omega}$	$\mathcal{M}_{m}\ \mathcal{M}_{\mathcal{I}}$
$\Omega_{\mathcal{I}}$	$\Omega_{m}\ \Omega_{\Omega}$
$\mathcal{I}_{m}$	$\mathcal{I}_{\Omega}\ \mathcal{I}_{\mathcal{I}}$

$OR = ((\mathcal{M}.a)_{\Omega}\ (\Omega.b)_{\mathcal{I}}\ (\mathcal{I}.c)_{m})$

unregelmässige Zeichenklassen der folgenden Formen zu konstruieren:

1. $(\mathcal{M}.a)_{m}\ (\Omega.b)_{m}\ (\mathcal{I}.c)_{\Omega}$
2. $(\mathcal{M}.a)_{m}\ (\Omega.b)_{m}\ (\mathcal{I}.c)_{\mathcal{I}}$
3. $(\mathcal{M}.a)_{m}\ (\Omega.b)_{\Omega}\ (\mathcal{I}.c)_{\Omega}$
4. $(\mathcal{M}.a)_{m}\ (\Omega.b)_{\Omega}\ (\mathcal{I}.c)_{\mathcal{I}}$
5. $(\mathcal{M}.a)_{\mathcal{I}}\ (\Omega.b)_{m}\ (\mathcal{I}.c)_{\Omega}$
6. $(\mathcal{M}.a)_{\mathcal{I}}\ (\Omega.b)_{m}\ (\mathcal{I}.c)_{\mathcal{I}}$
7. $(\mathcal{M}.a)_{\mathcal{I}}\ (\Omega.b)_{\Omega}\ (\mathcal{I}.c)_{\Omega}$
8. $(\mathcal{M}.a)_{\mathcal{I}}\ (\Omega.b)_{\Omega}\ (\mathcal{I}.c)_{\mathcal{I}}$

1. $\mathcal{M}\Lsh \leftarrow \Omega \leftarrow \mathcal{I}$
2. $\mathcal{M}\Lsh \leftarrow \Omega\ \mathcal{I}\Lsh$
3. $\mathcal{M}\Lsh\ \Omega\Lsh \leftarrow \mathcal{I}$
4. $\mathcal{M}\Lsh\ \Omega\Lsh\ \mathcal{I}\Lsh$
5. $\mathcal{M} \rightarrow\rightarrow \leftarrow \Omega \leftarrow \mathcal{I}$
6. $\mathcal{M} \rightarrow\rightarrow \leftarrow \Omega\ \mathcal{I}\Lsh$
7. $\mathcal{M} \rightarrow\rightarrow \Omega\Lsh \leftarrow \mathcal{I}$
8. $\mathcal{M} \rightarrow\rightarrow \Omega\Lsh\ \mathcal{I}\ \Lsh$

Man kann sich leicht ausrechnen, dass man natürlich für jede vollständige Zeichenrelation 10 Zeichenklassen und für jede vollständige Objektrelation 27 Objektklassen erhält. Dazu kommen aber noch die Kombinationen, denn jede Zeichen-und jede Objektklasse lässt sich ja in 8 weiteren Permutationsschemata darstellen, deren Potential auch in den obigen Tabellen bei weitem nicht erschöpft ist. Man erhält genaue semiotische und objektale Beschreibungsmittel für eine Vielzahl von semiotischen und physikalischen Gesetzen, deren Parallelität, wie sie hier dargestellt wurde, bereits in Toth (1989) vorausgesehen worden war.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung der Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Review: Hawking, Stephen W., Eine kurze Geschichte der Zeit (Reinbek 1988). In: Semiosis 54, 1989, S. 51-52.

Toth, Alfred, Semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Kategoriale Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Nullzeichen und kategoriale Spur

1. Bilden wir zur Peirceschen Zeichenrelation, eingeführt als Menge

$ZR = (M, O, I)$,

die Potenzmenge, so bekommen wir

$\mathbb{P}ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{M, I\}, \{O, I\}, \{M, O, I\}, \varnothing\}$.

Hier gilt also, solange wir uns auf ungeordnete Mengen beschränken,

$\{M, O\} = \{O, M\}$,

$\{O, I\} = \{I, O\}$,

$\{M, I\} = \{I, M\}$.

$\{M, O, I\} = \{M, I, O\} = \{I, M, O\} = \{I, O, M\} = \{O, M, I) = \{O, I, M\}$.

Ferner gilt in mono- oder bilateralen Abbildungen z.B.

$\varnothing_M \leftrightarrow \{M_M, O_M\}, \varnothing_M \leftrightarrow \{M_M, O_O\}, \varnothing_M \leftrightarrow \{M_M, O_I\} =$
$\{M_M, O_M\} \leftrightarrow \varnothing_M, \{M_M, O_O\} \leftrightarrow \varnothing_M, \{M_M, O_I\} \leftrightarrow \varnothing_M$

2. Nun sind wir aber in früheren Arbeiten zur semiotischen Objekttheorie (vgl. z.B. Toth 2009a) auch Gebilden begegnet wie Obzeichen

$OZ = \{<\mathcal{M}, M>, <\Omega, O>, <\mathcal{I}, I>\}$

oder Zeichenobjekten

$ZO = \{<M, \mathcal{M}>, <O, \Omega>, <I, \mathcal{I}>\}$,

bei denen also statt Subzeichen geordnete Paare von Subzeichen die triadischen Relationen bilden. Die Frage, die sich somit stellt, ist also: Während man geordnete Paare wie

$<MM, OI>° = < OI, MM>$

einfach konvertieren kann, wie konvertiert man solche Paare, bei denen das 1. oder das 2. Glied ein Nullzeichen ist, also z.B.

$<M_M, \varnothing_I>°, <\varnothing_M, O_I>°.$

Wenn man sich daran erinnert, dass ein Ausdruck wie

O_I

ja nichts anderes bedeutet als

$O \rightarrow I,$

mit dem nicht unwesentlichen Unterschied freilich, dass im ersten Ausdruck die Abbildung nur als Spur vorhanden ist, dann ist ja die Konverse

$(O \rightarrow I)° = (I \rightarrow O) \equiv I_O,$

d.h. zu supponierenden Konversen wie

$<M_M, \varnothing_I>° = <\varnothing_I, M_M>$
$<\varnothing_M, O_I>° = < O_I, \varnothing_M>$

natürlich völliger Blödsinn, d.h. die richtigen Lösungen lauten:

$<M_M, \varnothing_I>° = <I_\varnothing, M_M>$
$<\varnothing_M, O_I>° = < I_O, M_\varnothing>,$

woraus man nun ersieht, dass

$\varnothing_M° = M_\varnothing$
$\varnothing_O° = O_\varnothing$
$\varnothing_I° = I_\varnothing$

Damit wird natürlich garantiert, dass die in Toth (2009b) eingeführte, um das Nullzeichen erweiterte Zeichenrelation

$ZR^* = \{\varnothing, M, O, I\}$

bzw. die auf ihr konstruierten Zeichenklassen auch wirklich definierte Konversen, d.h. Realitätsthematiken besitzen, so, wie sie die triadischen, Nullzeichen-losen Peirceschen Zeichenklassen haben. Damit ergibt sich folgende **Spurenmatrix** für ZR*:

$$\begin{pmatrix} \varnothing_M & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix}$$

Es gibt also keine nicht-indizierten Spuren ($*\varnothing_\varnothing$), die Annahme einer "genuine" Spur widerspricht natürlich der ganzen Idee der Einführung von Spuren. Das Resultat ist daher eine nicht-quadratische, asymmetrische 4×3-Matrix, d.h. wie können ZR* nun präziser wiedergeben durch

$ZR^* = \{\varnothing_a, M_b, O_c, I_d\}$ mit $a, ..., d \in \{M, O, I\}$,

d.h. es handelt sich um eine tetradische, aber trichotomische Matrix genauso wie die in Toth (2008) eingeführte präsemiotische Matrix, und man ist also versucht, die Götzsche präsemiotische Trichotomie mit den Nullzeichen-Spuren zusammenzubringen (vgl. Götz 1982, S. 4, 28):

(0.1) = Sekanz = $\varnothing_M$

(0.2) = Semanz = $\varnothing_O$

(0.3) = Selektanz = $\varnothing_I$

Wir müssen hierauf aber in einer gesonderten Arbeit zurückkommen.

Zeichenklassen kann man daher in einer doppelten kategorialen Notation schreiben, z.B. indem man die triadischen Nachfolger als Subscripta und die trichotomischen Nachfolger als Superscripta anbringt. Dann würde z.B. (3.1 2.1 1.3) wie folgt aussehen:

$(3.1\ 2.1\ 1.3) = (I_O{}^M\ O_M{}^M\ M_I{}^I)$,

und es gilt

$\times(3.1\ 1.2\ 1.3) = (I_M{}^M\ M_M{}^O\ M_I{}^I)$.

Da dieses Notationssystem bei Zeichenklassen und Realitätsthematiken jedoch redundant ist, da die Triaden doppelt erscheinen, können wir wie folgt vereinfachen

$(3.1\ 2.1\ 1.3) = (I_O{}^M\ O_M{}^M\ M_I{}^I) = (I^M\ O^M\ M^I)$
$\times(3.1\ 1.2\ 1.3) = (I^M\ M^O\ M^I)$,

d.h. die doppelte Indizierung ist völlig unnötig.

Bibliographie

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Die 1162 spurentheoretisch-semiotischen Funktionen

1. Die semiotische Spurentheorie, d.h. die Theorie kategorialer Spuren, wurde in Toth (2009a, b, c, d, e) eingeführt, einschliesslich der Nullzeichen und Nullobjekte. Aus technischen Gründen schreiben wir die semiotische Spurenmatrix (links) wie folgt (rechts):

$$\begin{pmatrix} \varnothing_M & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \varnothing{*}M & M{*}O & M{*}I & M{*}M \\ \varnothing{*}O & O{*}O & O{*}I & O{*}M \\ \varnothing{*}I & I{*}O & I{*}I & I{*}M \end{pmatrix}$$

2. Bevor wir uns den 1162 möglichen spurentheoretisch-semiotischen Funktionen widmen, wollen wir noch auf eine allgemeine Besonderheiten dieser Funktionen hinweisen.

2.1. Es gibt homogene, homogen-heterogene und heterogene Funktionen. Beispiele:

(∅∗M) = f(M*M, O*M)

(O*M) = f(M*M, ∅∗M)

(∅∗M) = f(M*M, O*M, I*M)

2.2. Es gibt komplementäre und nicht-komplementäre Funktionen. Beispiele:

(∅∗M) = f(M*M, O*M) vs. (∅∗O) = f(M*M, O*M)

(O*M) = f(O*O, O∗∅) vs. (O*M) = f(O∗∅, O*I)

(∅∗M) = f(M*M, O*M, I*M) vs. (∅∗O) = f(M*O, I*M, O*O)

O*I. Es gibt duale und nicht-duale Funktionen. Beispiele:

[((∅∗M) = f(M*M, O*M)] × [(M∗∅) = f(M*O, M*M)]

[(O*M) = f(∅∗I, M*O)] × [(M*O) = f(O*M, I∗∅)]

$[(\varnothing * M) = f(M*M, O*M, I*M)] \quad \times \; [(M * \varnothing) = f(M*I, M*O, M*M)]$

3. Die 1162 spurentheoretisch-semiotischen Funktionen sind also Funktionen über 2 (im Falle von partiellen Funktionen) oder über 3 Variablen:

Minimales Schema: w = (x, y)

Maximales Schema: w = (x, y, z)

3.1. 12 Funktionen mit w = (∅∗M)

1. (∅∗M) = f(M*M, O*M)
2. (∅∗M) = f(M*M, O*M, I*M)
3. (∅∗M) = f(M*M, I*M)
4. (∅∗M) = f(M*M, I*M, O*M)
5. (∅∗M) = f(O*M, M*M)
6. (∅∗M) = f(O*M, M*M, I*M)
7. (∅∗M) = f(O*M, I*M)
8. (∅∗M) = f(O*M, I*M, M*M)
9. (∅∗M) = f(I*M, M*M)
10. (∅∗M) = f(I*M, M*M, O*M)
11. (∅∗M) = f(I*M, O*M)
12. (∅∗M) = f(I*M, O*M, M*M)

3.2. 41 Funktionen mit w = (∅∗O)

1. (∅∗O) = f(M*M, O*M)
2. (∅∗O) = f(M*M, O*M, I*M)

3. $(\varnothing * O) = f(M*M, I*M)$

4. $(\varnothing * O) = f(M*M, I*M, O*M)$

5. $(\varnothing * O) = f(M*O, O*M, I*M)$

6. $(\varnothing * O) = f(M*O, O*O)$

7. $(\varnothing * O) = f(M*O, O*O, I*M)$

8. $(\varnothing * O) = f(M*O, O*O, I*O)$

9. $(\varnothing * O) = f(M*O, I*M)$

10. $(\varnothing * O) = f(M*O, I*M, O*M)$

11. $(\varnothing * O) = f(M*O, I*M, O*O)$

12. $(\varnothing * O) = f(M*O, I*O)$

13. $(\varnothing * O) = f(M*O, I*O, O*O)$

14. $(\varnothing * O) = f(O*M, M*M)$

15. $(\varnothing * O) = f(O*M, M*M, I*M)$

16. $(\varnothing * O) = f(O*M, M*O)$

17. $(\varnothing * O) = f(O*M, M*O, I*M)$

18. $(\varnothing * O) = f(O*M, I*M)$

19. $(\varnothing * O) = f(O*M, I*M, M*M)$

20. $(\varnothing * O) = f(O*M, I*M, M*O)$

21. $(\varnothing * O) = f(O*O, M*O)$

22. $(\varnothing * O) = f(O*O, M*O, I*M)$

23. (∅∗**O**) = f(O*O, M*O, I*O)

24. (∅∗**O**) = f(O*O, I*M)

25. (∅∗**O**) = f(O*O, I*M, M*O)

26. (∅∗**O**) = f(O*O, I*O)

27. (∅∗**O**) = f(O*O, I*O, M*O)

28. (∅∗**O**) = f(I*M, M*M)

29. (∅∗**O**) = f(I*M, M*M, O*M)

30. (∅∗**O**) = f(I*M, M*O)

31. (∅∗**O**) = f(I*M, M*O, O*M)

32. (∅∗**O**) = f(I*M, M*O, O*O)

33. (∅∗**O**) = f(I*M, O*M)

34. (∅∗**O**) = f(I*M, O*M, M*M)

35. (∅∗**O**) = f(I*M, O*M, M*O)

36. (∅∗**O**) = f(I*M, O*O)

37. (∅∗**O**) = f(I*M, O*O, M*O)

38. (∅∗**O**) = f(I*O, M*O)

39. (∅∗**O**) = f(I*O, M*O, O*O)

40. (∅∗**O**) = f(I*O, O*O)

41. (∅∗**O**) = f(I*O, O*O, M*O)

3.3. 92 Funktionen mit w = (∅∗I)

1. (∅∗I) = f(M*M, O*M)

2. (∅∗I) = f(M*M, O*M, I*M)

3. (∅∗I) = f(M*M, I*M)

4. (∅∗I) = f(M*M, I*M, O*M)

5. (∅∗I) = f(M*O, O*M)

6. (∅∗I) = f(M*O, O*M, I*M)

7. (∅∗I) = f(M*O, O*O)

8. (∅∗I) = f(M*O, O*O, I*M)

9. (∅∗I) = f(M*O, O*O, I*O)

10. (∅∗I) = f(M*O, I*M)

11. (∅∗I) = f(M*O, I*M, O*M)

12. (∅∗I) = f(M*O, I*M, O*O)

13. (∅∗I) = f(M*O, I*O)

14. (∅∗I) = f(M*O, I*O, O*O)

15. (∅∗I) = f(M*I, O*M)

16. (∅∗I) = f(M*I, O*M, I*M)

17. (∅∗I) = f(M*I, O*O)

18. (∅∗I) = f(M*I, O*O, I*M)

19. (∅∗I) = f(M*I, O*O, I*O)

20. (∅∗I) = f(M*I, O*I)

21. (∅∗I) = f(M*I, O*I, I*M)

22. (∅∗I) = f(M*I, O*I, I*O)

23. (∅∗I) = f(M*I, O*I, I*I)

24. (∅∗I) = f(M*I, I*M)

25. (∅∗I) = f(M*I, I*M, O*M)

26. (∅∗I) = f(M*I, I*M, O*O)

27. (∅∗I) = f(M*I, I*M, O*I)

28. (∅∗I) = f(M*I, I*O)

29. (∅∗I) = f(M*I, I*O, O*O)

30. (∅∗I) = f(M*I, I*O, O*I)

31. (∅∗I) = f(M*I, I*I)

32. (∅∗I) = f(M*I, I*I, O*I)

33. (∅∗I) = f(O*M, M*M)

34. (∅∗I) = f(O*M, M*M, I*M)

35. (∅∗I) = f(O*M, M*O, I*M)

36. (∅∗I) = f(O*M, M*I)

37. (∅∗I) = f(O*M, M*I, I*M)

38. (∅∗I) = f(O*M, I*M)

39. (∅∗I) = f(O*M, I*M, M*M)

40. (∅∗I) = f(O*M, I*M, M*O)

41. (∅∗I) = f(O*M, I*M, M*I)

42. (∅∗I) = f(O*O, M*O)

43. (∅∗I) = f(O*O, M*O, I*M)

44. (∅∗I) = f(O*O, M*O, I*O)

45. (∅∗I) = f(O*O, M*I)

46. (∅∗I) = f(O*O, M*I, I*M)

47. (∅∗I) = f(O*O, M*I, I*O)

48. (∅∗I) = f(O*O, I*M)

49. (∅∗I) = f(O*O, I*M, M*O)

50. (∅∗I) = f(O*O, I*M, M*I)

51. (∅∗I) = f(O*O, I*O)

52. (∅∗I) = f(O*O, I*O, M*O)

53. (∅∗I) = f(O*O, I*O, M*I)

54. (∅∗I) = f(O*I, M*I)

55. (∅∗I) = f(O*I, M*I, I*M)

56. (∅∗I) = f(O*I, M*I, I*O)

57. (∅∗I) = f(O*I, M*I, I*I)

58. (∅∗I) = f(O*I, I*M)

59. (∅∗I) = f(O*I, I*M, M*I)

60. (∅∗I) = f(O*I, I*O)

61. (∅∗I) = f(O*I, I*O, M*I)

62. (∅∗I) = f(O*I, I*I, M*I)

63. (∅∗I) = f(I*M, M*M)

64. (∅∗I) = f(I*M, M*M, O*M)

65. (∅∗I) = f(I*M, M*O)

66. (∅∗I) = f(I*M, M*O, O*M)

67. (∅∗I) = f(I*M, M*O, O*O)

68. (∅∗I) = f(I*M, M*I)

69. (∅∗I) = f(I*M, M*I, O*M)

70. (∅∗I) = f(I*M, M*I, O*O)

71. (∅∗I) = f(I*M, M*I, O*I)

72. (∅∗I) = f(I*M, O*M)

73. (∅∗I) = f(I*M, O*M, M*M)

74. (∅∗I) = f(I*M, O*M, M*O)

75. (∅∗I) = f(I*M, O*M, M*I)

76. (∅∗I) = f(I*M, O*O)

77. (∅∗I) = f(I*M, O*O, M*O)

78. (∅∗I) = f(I*M, O*O, M*I)

79. (∅∗I) = f(I*M, O*I)

80. (∅∗I) = f(I*M, O*I, M*I)

81. (∅∗I) = f(I*O, M*O)

82. (∅∗I) = f(I*O, M*O, O*O)

83. (∅∗I) = f(I*O, M*I)

84. (∅∗I) = f(I*O, M*I, O*O)

85. (∅∗I) = f(I*O, M*I, O*I)

86. (∅∗I) = f(I*O, O*O)

87. (∅∗I) = f(I*O, O*O, M*O)

88. (∅∗I) = f(I*O, O*O, M*I)

89. (∅∗I) = f(I*O, O*I)

90. (∅∗I) = f(I*O, O*I, M*I)

91. (∅∗I) = f(I*I, M*I, O*I)

92. (∅∗I) = f(I*I, O*I, M*I)

3.4. 12 Funktionen mit w = (M∗∅)

1. (M∗∅) = f(M*M, M*O)

2. (M∗∅) = f(M*M, M*O, M*I)

3. (M∗∅) = f(M*M, M*I)

4. (M∗∅) = f(M*M, M*I, M*O)

5. (M∗∅) = f(M*O, M*M)

6. (M∗∅) = f(M*O, M*M, M*I)

7. (M∗∅) = f(M*O, M*I)

8. (M∗∅) = f(M*O, M*I, M*M)

9. (M∗∅) = f(M*I, M*M)

10. (M∗∅) = f(M*I, M*M, M*O)

11. (M∗∅) = f(M*I, M*O)

12. (M∗∅) = f(M*I, M*O, M*M)

3.5. 64 Funktionen mit w = (M*M)

1. (M*M) = f(∅∗M, O*M)

2. (M*M) = f(∅∗M, O*M, I*M)

3. (M*M) = f(∅∗M, I*M)

4. (M*M) = f(∅∗M, I*M, O*M)

5. (M*M) = f(∅∗O, O*M)

6. (M*M) = f(∅∗O, O*M, I*M)

7. (M*M) = f(∅∗O, I*M)

8. (M*M) = f(∅∗O, I*M, O*M)

9. (M*M) = f(∅∗I, O*M)

10. (M*M) = f(∅∗I, O*M, I*M)

11. (M*M) = f(∅∗I, I*M)

12. (M*M) = f(∅∗I, I*M, O*M)

13. (M*M) = f(M∗∅, M*O)

14. (M*M) = f(M∗∅, M*O, M*I)

15. (M*M) = f(M∗∅, M*I)

16. (M*M) = f(M∗∅, M*I, M*O)

17. (M*M) = f(M*O, M∗∅)

18. (M*M) = f(M*O, M∗∅, M*I)

19. (M*M) = f(M*O, M*I)

20. (M*M) = f(M*O, M*I, M∗∅)

21. (M*M) = f(M*O, M*I, O∗∅)

22. (M*M) = f(M*O, M*I, I∗∅)

23. (M*M) = f(M*O, O∗∅)

24. (M*M) = f(M*O, O∗∅, M*I)

25. (M*M) = f(M*O, I∗∅)

26. (M*M) = f(M*O, I∗∅, M*I)

27. (M*M) = f(M*I, M∗∅)

28. (M*M) = f(M*I, M∗∅, M*O)

29. (M*M) = f(M*I, M*O)

30. (M*M) = f(M*I, M*O, M∗∅)

31. (M*M) = f(M*I, M*O, O∗∅)

32. (M*M) = f(M*I, M*O, I∗∅)

33. (M*M) = f(M*I, O∗∅)

34. (M*M) = f(M*I, O∗∅, M*O)

35. (M*M) = f(M*I, I∗∅)

36. (M*M) = f(M*I, I∗∅, M*O)

37. (M*M) = f(O∗∅, M*O)

38. (M*M) = f(O∗∅, M*O, M*I)

39. (M*M) = f(O∗∅, M*I)

40. (M*M) = f(O∗∅, M*I, M*O)

41. (M*M) = f(O*M, ∅∗M)

42. (M*M) = f(O*M, ∅∗M, I*M)

43. (M*M) = f(O*M, ∅∗O)

44. (M*M) = f(O*M, ∅∗O, I*M)

45. (M*M) = f(O*M, ∅∗I)

46. (M*M) = f(O*M, ∅∗I, I*M)

47. (M*M) = f(O*M, I*M)

48. (M*M) = f(O*M, I*M, ∅∗M)

49. (M*M) = f(O*M, I*M, ∅∗O)

50. (M*M) = f(O*M, I*M, ∅∗I)

51. (M*M) = f(I∗∅, M*O)

52. (M*M) = f(I∗∅, M*O, M*I)

53. (M*M) = f(I∗∅, M*I)

54. (M*M) = f(I∗∅, M*I, M*O)

55. (M*M) = f(I*M, ∅∗M)

56. (M*M) = f(I*M, ∅∗M, O*M)

57. (M*M) = f(I*M, ∅∗O)

58. (M*M) = f(I*M, ∅∗O, O*M)

59. (M*M) = f(I*M, ∅∗I)

60. (M*M) = f(I*M, ∅∗I, O*M)

61. (M*M) = f(I*M, O*M)

62. (M*M) = f(I*M, O*M, ∅∗M)

63. (M*M) = f(I*M, O*M, ∅∗O)

64. (M*M) = f(I*M, O*M, ∅∗I)

3.6. 115 Funktionen mit w = (M*O)

1. (M*O) = f(∅∗O, O*M)

2. (M*O) = f(∅∗O, O*M, I*M)

3. (M*O) = f(∅∗O, O*O)

4. (M*O) = f(∅∗O, O*O, I*M)

5. (M*O) = f(∅∗O, O*O, I*O)

6. (M*O) = f(∅∗O, I*M)

7. (M*O) = f(∅∗O, I*M, O*M)

8. (M*O) = f(∅∗O, I*M, O*O)

9. $(M*O) = f(\varnothing*O, I*O)$

10. $(M*O) = f(\varnothing*O, I*O, O*O)$

11. $(M*O) = f(\varnothing*I, O*M)$

12. $(M*O) = f(\varnothing*I, O*M, I*M)$

13. $(M*O) = f(\varnothing*I, O*O)$

14. $(M*O) = f(\varnothing*I, O*O, I*M)$

15. $(M*O) = f(\varnothing*I, O*O, I*O)$

16. $(M*O) = f(\varnothing*I, I*M)$

17. $(M*O) = f(\varnothing*I, I*M, O*M)$

18. $(M*O) = f(\varnothing*I, I*M, O*O)$

19. $(M*O) = f(\varnothing*I, I*O)$

20. $(M*O) = f(\varnothing*I, I*O, O*O)$

21. $(M*O) = f(M*\varnothing, M*M)$

22. $(M*O) = f(M*\varnothing, M*M, M*I)$

23. $(M*O) = f(M*\varnothing, M*I)$

24. $(M*O) = f(M*\varnothing, M*I, M*M)$

25. $(M*O) = f(M*M, M*\varnothing)$

26. $(M*O) = f(M*M, M*\varnothing, M*I)$

27. $(M*O) = f(M*M, M*I)$

28. $(M*O) = f(M*M, M*I, M*\varnothing)$

29. $(M*O) = f(M*M, M*I, O*\varnothing)$

30. $(M*O) = f(M*M, M*I, I*\varnothing)$

31. $(M*O) = f(M*M, O*\varnothing)$

32. $(M*O) = f(M*M, O*\varnothing, M*I)$

33. $(M*O) = f(M*M, I*\varnothing)$

34. $(M*O) = f(M*M, I*\varnothing, M*I)$

35. $(M*O) = f(M*I, M*\varnothing)$

36. $(M*O) = f(M*I, M*\varnothing, M*M)$

37. $(M*O) = f(M*I, M*M)$

38. $(M*O) = f(M*I, M*M, M*\varnothing)$

39. $(M*O) = f(M*I, M*M, O*\varnothing)$

40. $(M*O) = f(M*I, M*M, I*\varnothing)$

41. $(M*O) = f(M*I, O*\varnothing)$

42. $(M*O) = f(M*I, O*\varnothing, M*M)$

43. $(M*O) = f(M*I, O*M)$

44. $(M*O) = f(M*I, O*M, O*\varnothing)$

45. $(M*O) = f(M*I, I*\varnothing)$

46. $(M*O) = f(M*I, I*\varnothing, M*M)$

47. $(M*O) = f(M*I, I*\varnothing, O*M)$

48. $(M*O) = f(M*I, I*\varnothing, I*M)$

49. (M*O) = f(M*I, I*M)

50. (M*O) = f(M*I, I*M, I∗∅)

51. (M*O) = f(O∗∅, M*M)

52. (M*O) = f(O∗∅, M*I O*M)

53. (M*O) = f(O∗∅, M*I)

54. (M*O) = f(O∗∅, M*I, M*M)

55. (M*O) = f(O∗∅, O*M)

56. (M*O) = f(O∗∅, O*M, M*I)

57. (M*O) = f(O*M, ∅∗O)

58. (M*O) = f(O*M, ∅∗O, I*M)

59. (M*O) = f(O*M, ∅∗I)

60. (M*O) = f(O*M, ∅∗I, I*M)

61. (M*O) = f(O*M, M*I)

62. (M*O) = f(O*M, M*I, O∗∅)

63. (M*O) = f(O*M, M*I, I∗∅)

64. (M*O) = f(O*M, O∗∅)

65. (M*O) = f(O*M, O∗∅, M*I)

66. (M*O) = f(O*M, I∗∅)

67. (M*O) = f(O*M, I∗∅, M*I)

68. (M*O) = f(O*M, I*M)

69. (M*O) = f(O*M, I*M, ∅∗O)

70. (M*O) = f(O*M, I*M, ∅∗I)

71. (M*O) = f(O*O, ∅∗O)

72. (M*O) = f(O*O, ∅∗O, I*M)

73. (M*O) = f(O*O, ∅∗O, I*O)

74. (M*O) = f(O*O, ∅∗I)

75. (M*O) = f(O*O, ∅∗I, I*M)

76. (M*O) = f(O*O, ∅∗I, I*O)

77. (M*O) = f(O*O, I*M)

78. (M*O) = f(O*O, I*M, ∅∗O)

79. (M*O) = f(O*O, I*M, ∅∗I)

80. (M*O) = f(O*O, I*O)

81. (M*O) = f(O*O, I*O, ∅∗O)

82. (M*O) = f(O*O, I*O, ∅∗I)

83. (M*O) = f(I∗∅, M*M)

84. (M*O) = f(I∗∅, M*M, M*I)

85. (M*O) = f(I∗∅, M*I)

86. (M*O) = f(I∗∅, M*I, M*M)

87. (M*O) = f(I∗∅, M*I, O*M)

88. (M*O) = f(I∗∅, M*I, I*M)

89. $(M^*O) = f(\mathbf{I}*\varnothing, O^*M)$

90. $(M^*O) = f(\mathbf{I}*\varnothing, O^*M, M^*I)$

91. $(M^*O) = f(\mathbf{I}*\varnothing, I^*M)$

92. $(M^*O) = f(\mathbf{I}*\varnothing, I^*M, M^*I)$

93. $(M^*O) = f(I^*M, \varnothing*\mathbf{O})$

94. $(M^*O) = f(I^*M, \varnothing*\mathbf{O}, O^*M)$

95. $(M^*O) = f(I^*M, \varnothing*\mathbf{O}, O^*O)$

96. $(M^*O) = f(I^*M, \varnothing*\mathbf{I})$

97. $(M^*O) = f(I^*M, \varnothing*\mathbf{I}, O^*M)$

98. $(M^*O) = f(I^*M, \varnothing*\mathbf{I}, O^*O)$

99. $(M^*O) = f(I^*M, M^*I)$

100. $(M^*O) = f(I^*M, M^*I, \mathbf{I}*\varnothing)$

101. $(M^*O) = f(I^*M, O^*M)$

102. $(M^*O) = f(I^*M, O^*M, \varnothing*\mathbf{O})$

103. $(M^*O) = f(I^*M, O^*M, \varnothing*\mathbf{I})$

104. $(M^*O) = f(I^*M, O^*O)$

105. $(M^*O) = f(I^*M, O^*O, \varnothing*\mathbf{O})$

106. $(M^*O) = f(I^*M, O^*O, \varnothing*\mathbf{I})$

107. $(M^*O) = f(I^*M, \mathbf{I}*\varnothing)$

108. $(M^*O) = f(I^*M, \mathbf{I}*\varnothing, M^*I)$

109. (M*O) = f(I*O, ∅∗O)

110. (M*O) = f(I*O, ∅∗O, O*O)

111. (M*O) = f(I*O, ∅∗I)

112. (M*O) = f(I*O, ∅∗I, O*O)

113. (M*O) = f(I*O, O*O)

114. (M*O) = f(I*O, O*O, ∅∗O)

115. (M*O) = f(I*O, O*O, ∅∗I)

3.7. 154 Funktionen mit w = (M*I)

1. (M*I) = f(∅∗I, O*M)

2. (M*I) = f(∅∗I, O*M, I*M)

3. (M*I) = f(∅∗I, O*O)

4. (M*I) = f(∅∗I, O*O, I*M)

5. (M*I) = f(∅∗I, O*O, I*O)

6. (M*I) = f(∅∗I, O*I)

7. (M*I) = f(∅∗I, O*I, I*M)

8. (M*I) = f(∅∗I, O*I, I*O)

9. (M*I) = f(∅∗I, O*I, I*I)

10. (M*I) = f(∅∗I, I*M)

11. (M*I) = f(∅∗I, I*M, O*M)

12. (M*I) = f(∅∗I, I*M, O*O)

13. (M*I) = f(∅∗I, I*M, O*I)

14. (M*I) = f(∅∗I, I*O)

15. (M*I) = f(∅∗I, I*O, O*O)

16. (M*I) = f(∅∗I, I*O, O*I)

17. (M*I) = f(∅∗I, I*I)

18. (M*I) = f(∅∗I, I*I, O*I)

19. (M*I) = f(M∗∅, M*M)

20. (M*I) = f(M∗∅, M*M, M*O)

21. (M*I) = f(M∗∅, M*O)

22. (M*I) = f(M∗∅, M*O, M*M)

23. (M*I) = f(M*M, M∗∅)

24. (M*I) = f(M*M, M∗∅, M*O)

25. (M*I) = f(M*M, M*O)

26. (M*I) = f(M*M, M*O, M∗∅)

27. (M*I) = f(M*M, M*O, O∗∅)

28. (M*I) = f(M*M, M*O, I∗∅)

29. (M*I) = f(M*M, I∗∅)

30. (M*I) = f(M*M, I∗∅, M*O)

31. (M*I) = f(M*O, M∗∅)

32. (M*I) = f(M*O, M∗∅, M*M)

33. (M*I) = f(M*O, M*M)

34. (M*I) = f(M*O, M*M, M∗∅)

35. (M*I) = f(M*O, M*M, O∗∅)

36. (M*I) = f(M*O, M*M, I∗∅)

37. (M*I) = f(M*O, O∗∅)

38. (M*I) = f(M*O, O∗∅, M*M)

39. (M*I) = f(M*O, O∗∅, O*M)

40. (M*I) = f(M*O, O*M)

41. (M*I) = f(M*O, O*M, O∗∅)

42. (M*I) = f(M*O, O*M, I∗∅)

43. (M*I) = f(M*O, I∗∅)

44. (M*I) = f(M*O, I∗∅, M*M)

45. (M*I) = f(M*O, I∗∅, O*M)

46. (M*I) = f(M*O, I∗∅, I*M)

47. (M*I) = f(M*O, I*M)

48. (M*I) = f(M*O, I*M, I∗∅)

49. (M*I) = f(O∗∅, M*M)

50. (M*I) = f(O∗∅, M*M, M*O)

51. (M*I) = f(O∗∅, M*O)

52. (M*I) = f(O∗∅, M*O, M*M)

53. $(M*I) = f(\mathbf{O}*\varnothing, M*O, O*M)$

54. $(M*I) = f(\mathbf{O}*\varnothing, O*M)$

55. $(M*I) = f(\mathbf{O}*\varnothing, O*M, M*O)$

56. $(M*I) = f(\mathbf{O}*\varnothing, O*M, O*O)$

57. $(M*I) = f(\mathbf{O}*\varnothing, O*O)$

58. $(M*I) = f(\mathbf{O}*\varnothing, O*O, O*M)$

59. $(M*I) = f(O*M, \varnothing*\mathbf{I})$

60. $(M*I) = f(O*M, \varnothing*\mathbf{I}, I*M)$

61. $(M*I) = f(O*M, M*O)$

62. $(M*I) = f(O*M, M*O, \mathbf{O}*\varnothing)$

63. $(M*I) = f(O*M, M*O, \mathbf{I}*\varnothing)$

64. $(M*I) = f(O*M, \mathbf{O}*\varnothing)$

65. $(M*I) = f(O*M, \mathbf{O}*\varnothing, M*O)$

66. $(M*I) = f(O*M, \mathbf{O}*\varnothing, O*O)$

67. $(M*I) = f(O*M, O*O)$

68. $(M*I) = f(O*M, O*O, \mathbf{O}*\varnothing)$

69. $(M*I) = f(O*M, O*O, \mathbf{I}*\varnothing)$

70. $(M*I) = f(O*M, \mathbf{I}*\varnothing)$

71. $(M*I) = f(O*M, \mathbf{I}*\varnothing, M*O)$

72. $(M*I) = f(O*M, \mathbf{I}*\varnothing, O*O)$

73. (M*I) = f(O*M, I*M)

74. (M*I) = f(O*M, I*M, ∅∗I)

75. (M*I) = f(O*O, ∅∗I)

76. (M*I) = f(O*O, ∅∗I, I*M)

77. (M*I) = f(O*O, ∅∗I, I*O)

78. (M*I) = f(O*O, O∗∅)

79. (M*I) = f(O*O, O∗∅, O*M)

80. (M*I) = f(O*O, O*M)

81. (M*I) = f(O*O, O*M, O∗∅)

82. (M*I) = f(O*O, O*M, I∗∅)

83. (M*I) = f(O*O, I∗∅)

84. (M*I) = f(O*O, I∗∅, O*M)

85. (M*I) = f(O*O, I∗∅, I*M)

86. (M*I) = f(O*O, I*M)

87. (M*I) = f(O*O, I*M, ∅∗I)

88. (M*I) = f(O*O, I*M, I∗∅)

89. (M*I) = f(O*O, I*O)

90. (M*I) = f(O*O, I*O, ∅∗I)

91. (M*I) = f(O*I, ∅∗I)

92. (M*I) = f(O*I, ∅∗I, I*M)

93. (M*I) = f(O*I, ∅∗I, I*O)

94. (M*I) = f(O*I, ∅∗I, I*I)

95. (M*I) = f(O*I, I*M)

96. (M*I) = f(O*I, I*M, ∅∗I)

97. (M*I) = f(O*I, I*O)

98. (M*I) = f(O*I, I*O, ∅∗I)

99. (M*I) = f(O*I, I*I)

100. (M*I) = f(O*I, I*I, ∅∗I)

101. (M*I) = f(I∗∅, M*M)

102. (M*I) = f(I∗∅, M*M, M*O)

103. (M*I) = f(I∗∅, M*O)

104. (M*I) = f(I∗∅, M*O, M*M)

105. (M*I) = f(I∗∅, M*O, O*M)

106. (M*I) = f(I∗∅, M*O, I*M)

107. (M*I) = f(I∗∅, O*M)

108. (M*I) = f(I∗∅, O*M, M*O)

109. (M*I) = f(I∗∅, O*M, O*O)

110. (M*I) = f(I∗∅, O*O)

111. (M*I) = f(I∗∅, O*O, O*M)

112. (M*I) = f(I∗∅, O*O, I*M)

113. (M*I) = f(I∗∅, I*M)

114. (M*I) = f(I∗∅, I*M, M*O)

115. (M*I) = f(I∗∅, I*M, O*O)

116. (M*I) = f(I∗∅, I*M, I*O)

117. (M*I) = f(I∗∅, I*O)

118. (M*I) = f(I∗∅, I*O, I*M)

119. (M*I) = f(I*M, ∅∗I)

120. (M*I) = f(I*M, ∅∗I, O*M)

121. (M*I) = f(I*M, ∅∗I, O*O)

122. (M*I) = f(I*M, ∅∗I, O*I)

123. (M*I) = f(I*M, M*O)

124. (M*I) = f(I*M, M*O, I∗∅)

125. (M*I) = f(I*M, O*M)

126. (M*I) = f(I*M, O*M, ∅∗I)

127. (M*I) = f(I*M, O*O)

128. (M*I) = f(I*M, O*O, ∅∗I)

129. (M*I) = f(I*M, O*O, I∗∅)

130. (M*I) = f(I*M, O*I)

131. (M*I) = f(I*M, O*I, ∅∗I)

132. (M*I) = f(I*M, I∗∅)

133. (M*I) = f(I*M, I∗∅, M*O)

134. (M*I) = f(I*M, I∗∅, O*O)

135. (M*I) = f(I*M, I∗∅, I*O)

136. (M*I) = f(I*M, I*O)

137. (M*I) = f(I*M, I*O, I∗∅)

138. (M*I) = f(I*O, ∅∗I)

139. (M*I) = f(I*O, ∅∗I, O*O)

140. (M*I) = f(I*O, ∅∗I, O*I)

141. (M*I) = f(I*O, O*O)

142. (M*I) = f(I*O, O*O, ∅∗I)

143. (M*I) = f(I*O, O*I)

144. (M*I) = f(I*O, O*I, ∅∗I)

145. (M*I) = f(I*O, I∗∅)

146. (M*I) = f(I*O, I∗∅, I*M)

147. (M*I) = f(I*O, I*M)

148. (M*I) = f(I*O, I*M, I∗∅)

149. (M*I) = f(I*I, ∅∗I)

150. (M*I) = f(I*I, ∅∗I, O*I)

151. (M*I) = f(I*I, O*I)

152. (M*I) = f(I*I, O*I, ∅∗I)

3.8. 41 Funktionen mit w = (O∗∅)

1. (O∗∅) = f(M*M, M*O)

2. (O∗∅) = f(M*M, M*O, M*I)

3. (O∗∅) = f(M*M, M*I)

4. (O∗∅) = f(M*M, M*I, M*O)

5. (O∗∅) = f(M*O, M*M)

6. (O∗∅) = f(M*O, M*M, M*I)

7. (O∗∅) = f(M*O, M*I)

8. (O∗∅) = f(M*O, M*I, M*M)

9. (O∗∅) = f(M*O, M*I, O*M)

10. (O∗∅) = f(M*O, O*M, M*I)

11. (O∗∅) = f(M*I, M*M)

12. (O∗∅) = f(M*I, M*M, M*O)

13. (O∗∅) = f(M*I, M*O)

14. (O∗∅) = f(M*I, M*O, M*M)

15. (O∗∅) = f(M*I, M*O, O*M)

16. (O∗∅) = f(M*I, O*M)

17. (O∗∅) = f(M*I, O*M, M*O)

18. (O∗∅) = f(M*I, O*M, O*O)

19. (O∗∅) = f(M*I, O*O)

20. (O∗∅) = f(M*I, O*O, O*M)

21. (O∗∅) = f(O*M, M*O)

22. (O∗∅) = f(O*M, M*O, M*I)

23. (O∗∅) = f(O*M, M*I)

24. (O∗∅) = f(O*M, M*I, M*O)

25. (O∗∅) = f(O*M, M*I, O*O)

26. (O∗∅) = f(O*M, O*O)

27. (O∗∅) = f(O*M, O*O, M*I)

28. (O∗∅) = f(O*M, O*O, O*I)

29. (O∗∅) = f(O*M, O*I)

30. (O∗∅) = f(O*M, O*I, O*O)

31. (O∗∅) = f(O*O, M*I)

32. (O∗∅) = f(O*O, M*I, O*M)

33. (O∗∅) = f(O*O, O*M)

34. (O∗∅) = f(O*O, O*M, M*I)

35. (O∗∅) = f(O*O, O*M, O*I)

36. (O∗∅) = f(O*O, O*I)

37. (O∗∅) = f(O*O, O*I, O*M)

38. (O∗∅) = f(O*I, O*M)

39. (O∗∅) = f(O*I, O*M, O*O)

40. (O∗∅) = f(O*I, O*O)

41. (O∗∅) = f(O*I, O*O, O*M)

3.9. 116 Funktionen mit w = (O*M)

1. (O*M) = f(∅∗M, M*M)
2. (O*M) = f(∅∗M, M*M, I*M)
3. (O*M) = f(∅∗O, M*M)
4. (O*M) = f(∅∗O, M*M, I*M)
5. (O*M) = f(∅∗O, M*O)
6. (O*M) = f(∅∗O, M*O, I*M)
7. (O*M) = f(∅∗O, I*M)
8. (O*M) = f(∅∗O, I*M, M*M)
9. (O*M) = f(∅∗O, I*M, M*O)
10. (O*M) = f(∅∗I, M*M)
11. (O*M) = f(∅∗I, M*M, I*M)
12. (O*M) = f(∅∗I, M*O)
13. (O*M) = f(∅∗I, M*O, I*M)
14. (O*M) = f(∅∗I, M*I)
15. (O*M) = f(∅∗I, M*I, I*M)
16. (O*M) = f(∅∗I, I*M)
17. (O*M) = f(∅∗I, I*M, M*M)

18. (O*M) = f(∅∗I, I*M, M*O)

19. (O*M) = f(∅∗I, I*M, M*I)

20. (O*M) = f(M*M, ∅∗M)

21. (O*M) = f(M*M, ∅∗M, I*M)

22. (O*M) = f(M*M, ∅∗O)

23. (O*M) = f(M*M, ∅∗O, I*M)

24. (O*M) = f(M*M, ∅∗I)

25. (O*M) = f(M*M, ∅∗I, I*M)

26. (O*M) = f(M*M, I*M)

27. (O*M) = f(M*M, I*M, ∅∗M)

28. (O*M) = f(M*M, I*M, ∅∗O)

29. (O*M) = f(M*M, I*M, ∅∗I)

30. (O*M) = f(M*O, ∅∗O)

31. (O*M) = f(M*O, ∅∗O, I*M)

32. (O*M) = f(M*O, ∅∗I)

33. (O*M) = f(M*O, ∅∗I, I*M)

34. (O*M) = f(M*O, M*I, I∗∅)

35. (O*M) = f(M*O, M*I)

36. (O*M) = f(M*O, M*I, O∗∅)

37. (O*M) = f(M*O, O∗∅)

38. $(O*M) = f(M*O, O*\emptyset, M*I)$

39. $(O*M) = f(M*O, I*\emptyset)$

40. $(O*M) = f(M*O, I*\emptyset, M*I)$

41. $(O*M) = f(M*O, I*M)$

42. $(O*M) = f(M*O, I*M, \emptyset*O)$

43. $(O*M) = f(M*O, I*M, \emptyset*I)$

44. $(O*M) = f(M*I, \emptyset*I)$

45. $(O*M) = f(M*I, \emptyset*I, I*M)$

46. $(O*M) = f(M*I, M*O)$

47. $(O*M) = f(M*I, M*O, O*\emptyset)$

48. $(O*M) = f(M*I, M*O, I*\emptyset)$

49. $(O*M) = f(M*I, O*\emptyset)$

50. $(O*M) = f(M*I, O*\emptyset, M*O)$

51. $(O*M) = f(M*I, O*\emptyset, O*O)$

52. $(O*M) = f(M*I, O*O)$

53. $(O*M) = f(M*I, O*O, O*\emptyset)$

54. $(O*M) = f(M*I, O*O, I*\emptyset)$

55. $(O*M) = f(M*I, I*\emptyset)$

56. $(O*M) = f(M*I, I*\emptyset, M*O)$

57. $(O*M) = f(M*I, I*\emptyset, O*O)$

58. (O*M) = f(M*I, I*M)

59. (O*M) = f(M*I, I*M, ∅∗I)

60. (O*M) = f(O∗∅, M*O)

61. (O*M) = f(O∗∅, M*O, M*I)

62. (O*M) = f(O∗∅, M*I)

63. (O*M) = f(O∗∅, M*I, M*O)

64. (O*M) = f(O∗∅, M*I, O*O)

65. (O*M) = f(O∗∅, O*O)

66. (O*M) = f(O∗∅, O*O, M*I)

67. (O*M) = f(O∗∅, O*O, O*I)

68. (O*M) = f(O∗∅, O*I)

69. (O*M) = f(O∗∅, O*I, O*O)

70. (O*M) = f(O*O, M*I)

71. (O*M) = f(O*O, M*I, O∗∅)

72. (O*M) = f(O*O, M*I, I∗∅)

73. (O*M) = f(O*O, O∗∅)

74. (O*M) = f(O*O, O∗∅, M*I)

75. (O*M) = f(O*O, O∗∅, O*I)

76. (O*M) = f(O*O, O*I)

77. (O*M) = f(O*O, O*I, O∗∅)

78. (O*M) = f(O*O, O*I, I∗∅)

79. (O*M) = f(O*O, I∗∅)

80. (O*M) = f(O*O, I∗∅, M*I)

81. (O*M) = f(O*O, I∗∅, O*I)

82. (O*M) = f(O*I, O∗∅)

83. (O*M) = f(O*I, O∗∅, O*O)

84. (O*M) = f(O*I, O*O)

85. (O*M) = f(O*I, O*O, O∗∅)

86. (O*M) = f(O*I, O*O, I∗∅)

87. (O*M) = f(O*I, I∗∅)

88. (O*M) = f(O*I, I∗∅, O*O)

89. (O*M) = f(I∗∅, M*O)

90. (O*M) = f(I∗∅, M*O, M*I)

91. (O*M) = f(I∗∅, M*I)

92. (O*M) = f(I∗∅, M*I, M*O)

93. (O*M) = f(I∗∅, M*I, O*O)

94. (O*M) = f(I∗∅, O*O)

95. (O*M) = f(I∗∅, O*O, M*I)

96. (O*M) = f(I∗∅, O*O, O*I)

97. (O*M) = f(I∗∅, O*I)

98. (O*M) = f(I∗∅, O*I, O*O)

99. (O*M) = f(I*M, ∅∗M)

100. (O*M) = f(I*M, ∅∗M, M*M)

101. (O*M) = f(I*M, ∅∗O)

102. (O*M) = f(I*M, ∅∗O, M*M)

103. (O*M) = f(I*M, ∅∗O, M*O)

104. (O*M) = f(I*M, ∅∗I)

105. (O*M) = f(I*M, ∅∗I, M*M)

106. (O*M) = f(I*M, ∅∗I, M*O)

107. (O*M) = f(I*M, ∅∗I, M*I)

108. (O*M) = f(I*M, M*M)

109. (O*M) = f(I*M, M*M, ∅∗M)

110. (O*M) = f(I*M, M*M, ∅∗O)

111. (O*M) = f(I*M, M*M, ∅∗I)

112. (O*M) = f(I*M, M*O)

113. (O*M) = f(I*M, M*O, ∅∗O)

114. (O*M) = f(I*M, M*O, ∅∗I)

115. (O*M) = f(I*M, M*I)

116. (O*M) = f(I*M, M*I, ∅∗I)

3.10. 114 Funktionen mit w = (O*O)

1. (O*O) = f(∅*O, M*O)
2. (O*O) = f(∅*O, M*O, I*M)
3. (O*O) = f(∅*O, M*O, I*O)
4. (O*O) = f(∅*O, I*M)
5. (O*O) = f(∅*O, I*M, M*O)
6. (O*O) = f(∅*O, I*O)
7. (O*O) = f(∅*O, I*O, M*O)
8. (O*O) = f(∅*I, M*O)
9. (O*O) = f(∅*I, M*O, I*M)
10. (O*O) = f(∅*I, M*O, I*O)
11. (O*O) = f(∅*I, M*I)
12. (O*O) = f(∅*I, M*I, I*M)
13. (O*O) = f(∅*I, M*I, I*O)
14. (O*O) = f(∅*I, I*M)
15. (O*O) = f(∅*I, I*M, M*O)
16. (O*O) = f(∅*I, I*M, M*I)
17. (O*O) = f(∅*I, I*O)
18. (O*O) = f(∅*I, I*O, M*O)
19. (O*O) = f(∅*I, I*O, M*I)

20. (O*O) = f(M*O, ∅∗O)

21. (O*O) = f(M*O, ∅∗O, I*M)

22. (O*O) = f(M*O, ∅∗O, I*O)

23. (O*O) = f(M*O, ∅∗I)

24. (O*O) = f(M*O, ∅∗I, I*M)

25. (O*O) = f(M*O, ∅∗I, I*O)

26. (O*O) = f(M*O, I*M)

27. (O*O) = f(M*O, I*M, ∅∗O)

28. (O*O) = f(M*O, I*M, ∅∗I)

29. (O*O) = f(M*O, I*O)

30. (O*O) = f(M*O, I*O, ∅∗O)

31. (O*O) = f(M*O, I*O, ∅∗I)

32. (O*O) = f(M*I, ∅∗I)

33. (O*O) = f(M*I, ∅∗I, I*M)

34. (O*O) = f(M*I, ∅∗I, I*O)

35. (O*O) = f(M*I, O∗∅)

36. (O*O) = f(M*I, O∗∅, O*M)

37. (O*O) = f(M*I, O*M)

38. (O*O) = f(M*I, O*M, O∗∅)

39. (O*O) = f(M*I, O*M, I∗∅)

40. (O*O) = f(M*I, I∗∅)

41. (O*O) = f(M*I, I∗∅, O*M)

42. (O*O) = f(M*I, I∗∅, I*M)

43. (O*O) = f(M*I, I*M)

44. (O*O) = f(M*I, I*M, ∅∗I)

45. (O*O) = f(M*I, I*M, I∗∅)

46. (O*O) = f(M*I, I*O)

47. (O*O) = f(M*I, I*O, ∅∗I)

48. (O*O) = f(O∗∅, M*I)

49. (O*O) = f(O∗∅, M*I, O*M)

50. (O*O) = f(O∗∅, O*M)

51. (O*O) = f(O∗∅, O*M, M*I)

52. (O*O) = f(O∗∅, O*M, O*I)

53. (O*O) = f(O∗∅, O*I)

54. (O*O) = f(O∗∅, O*I, O*M)

55. (O*O) = f(O*M, M*I)

56. (O*O) = f(O*M, M*I, O∗∅)

57. (O*O) = f(O*M, M*I, I∗∅)

58. (O*O) = f(O*M, O∗∅)

59. (O*O) = f(O*M, O∗∅, M*I)

60. (O*O) = f(O*M, O∗∅, O*I)

61. (O*O) = f(O*M, O*I)

62. (O*O) = f(O*M, O*I, O∗∅)

63. (O*O) = f(O*M, O*I, I∗∅)

64. (O*O) = f(O*M, I∗∅)

65. (O*O) = f(O*M, I∗∅, M*I)

66. (O*O) = f(O*M, I∗∅, O*I)

67. (O*O) = f(O*I, O∗∅)

68. (O*O) = f(O*I, O∗∅, O*M)

69. (O*O) = f(O*I, O*M)

70. (O*O) = f(O*I, O*M, O∗∅)

71. (O*O) = f(O*I, O*M, I∗∅)

72. (O*O) = f(O*I, I∗∅)

73. (O*O) = f(O*I, I∗∅, O*M)

74. (O*O) = f(O*I, I∗∅, I*M)

75. (O*O) = f(O*I, I*M)

76. (O*O) = f(O*I, I*M, I∗∅)

77. (O*O) = f(I∗∅, M*I)

78. (O*O) = f(I∗∅, M*I, O*M)

79. (O*O) = f(I∗∅, M*I, I*M)

80. (O*O) = f(I∗∅, O*M)

81. (O*O) = f(I∗∅, O*M, M*I)

82. (O*O) = f(I∗∅, O*M, O*I)

83. (O*O) = f(I∗∅, O*I)

84. (O*O) = f(I∗∅, O*I, O*M)

85. (O*O) = f(I∗∅, O*I, I*M)

86. (O*O) = f(I∗∅, I*M)

87. (O*O) = f(I∗∅, I*M, M*I)

88. (O*O) = f(I∗∅, I*M, O*I)

89. (O*O) = f(I*M, ∅∗O)

90. (O*O) = f(I*M, ∅∗O, M*O)

91. (O*O) = f(I*M, ∅∗I)

92. (O*O) = f(I*M, ∅∗I, M*O)

93. (O*O) = f(I*M, ∅∗I, M*I)

94. (O*O) = f(I*M, M*O)

95. (O*O) = f(I*M, M*O, ∅∗O)

96. (O*O) = f(I*M, M*O, ∅∗I)

97. (O*O) = f(I*M, M*I)

98. (O*O) = f(I*M, M*I, ∅∗I)

99. (O*O) = f(I*M, M*I, I∗∅)

100. (O*O) = f(I*M, O*I)

101. (O*O) = f(I*M, O*I, I∗∅)

102. (O*O) = f(I*M, I∗∅)

103. (O*O) = f(I*M, I∗∅, M*I)

104. (O*O) = f(I*M, I∗∅, O*I)

105. (O*O) = f(I*O, ∅∗O)

106. (O*O) = f(I*O, ∅∗O, M*O)

107. (O*O) = f(I*O, ∅∗I)

108. (O*O) = f(I*O, ∅∗I, M*O)

109. (O*O) = f(I*O, ∅∗I, M*I)

110. (O*O) = f(I*O, M*O)

111. (O*O) = f(I*O, M*O, ∅∗O)

112. (O*O) = f(I*O, M*O, ∅∗I)

113. (O*O) = f(I*O, M*I)

114. (O*O) = f(I*O, M*I, ∅∗I)

3.11. 74 Funktionen mit w = (O*I

1. (O*I) = f(∅∗I, M*I)
2. (O*I) = f(∅∗I, M*I, I*M)
3. (O*I) = f(∅∗I, M*I, I*O)
4. (O*I) = f(∅∗I, M*I, I*I)

5. (O*I) = f(∅∗I, I*M)

6. (O*I) = f(∅∗I, I*M, M*I)

7. (O*I) = f(∅∗I, I*O)

8. (O*I) = f(∅∗I, I*O, M*I)

9. (O*I) = f(∅∗I, I*I)

10. (O*I) = f(∅∗I, I*I, M*I)

11. (O*I) = f(M*I, ∅∗I)

12. (O*I) = f(M*I, ∅∗I, I*M)

13. (O*I) = f(M*I, ∅∗I, I*O)

14. (O*I) = f(M*I, ∅∗I, I*I)

15. (O*I) = f(M*I, I*M)

16. (O*I) = f(M*I, I*M, ∅∗I)

17. (O*I) = f(M*I, I*O)

18. (O*I) = f(M*I, I*O, ∅∗I)

19. (O*I) = f(M*I, I*I)

20. (O*I) = f(M*I, I*I, ∅∗I)

21. (O*I) = f(O∗∅, O*M)

22. (O*I) = f(O∗∅, O*M, O*O)

23. (O*I) = f(O∗∅, O*O)

24. (O*I) = f(O∗∅, O*O, O*M)

25. $(O*I) = f(O*M, O*\emptyset)$

26. $(O*I) = f(O*M, O*\emptyset, O*O)$

27. $(O*I) = f(O*M, O*O)$

28. $(O*I) = f(O*M, O*O, O*\emptyset)$

29. $(O*I) = f(O*M, O*O, I*\emptyset)$

30. $(O*I) = f(O*M, I*\emptyset)$

31. $(O*I) = f(O*M, I*\emptyset, O*O)$

32. $(O*I) = f(O*O, O*\emptyset)$

33. $(O*I) = f(O*O, O*\emptyset, O*M)$

34. $(O*I) = f(O*O, O*M)$

35. $(O*I) = f(O*O, O*M, O*\emptyset)$

36. $(O*I) = f(O*O, O*M, I*\emptyset)$

37. $(O*I) = f(O*O, I*\emptyset)$

38. $(O*I) = f(O*O, I*\emptyset, O*M)$

39. $(O*I) = f(O*O, I*\emptyset, I*M)$

40. $(O*I) = f(O*O, I*M)$

41. $(O*I) = f(O*O, I*M, I*\emptyset)$

42. $(O*I) = f(I*\emptyset, O*M)$

43. $(O*I) = f(I*\emptyset, O*M, O*O)$

44. $(O*I) = f(I*\emptyset, O*O)$

45. (O*I) = f(I∗∅, O*O, O*M)

46. (O*I) = f(I∗∅, O*O, I*M)

47. (O*I) = f(I∗∅, I*M)

48. (O*I) = f(I∗∅, I*M, O*O)

49. (O*I) = f(I∗∅, I*M, I*O)

50. (O*I) = f(I∗∅, I*O)

51. (O*I) = f(I∗∅, I*O, I*M)

52. (O*I) = f(I*M, ∅∗I)

53. (O*I) = f(I*M, ∅∗I, M*I)

54. (O*I) = f(I*M, M*I)

55. (O*I) = f(I*M, M*I, ∅∗I)

56. (O*I) = f(I*M, O*O)

57. (O*I) = f(I*M, O*O, I∗∅)

58. (O*I) = f(I*M, I∗∅)

59. (O*I) = f(I*M, I∗∅, O*O)

60. (O*I) = f(I*M, I∗∅, I*O)

61. (O*I) = f(I*M, I*O)

62. (O*I) = f(I*M, I*O, I∗∅)

63. (O*I) = f(I*O, ∅∗I)

64. (O*I) = f(I*O, ∅∗I, M*I)

65. (O*I) = f(I*O, M*I)

66. (O*I) = f(I*O, M*I, ∅*I)

67. (O*I) = f(I*O, I*∅)

68. (O*I) = f(I*O, I*∅, I*M)

69. (O*I) = f(I*O, I*M)

70. (O*I) = f(I*O, I*M, I*∅)

71. (O*I) = f(I*I, ∅*I)

72. (O*I) = f(I*I, ∅*I, M*I)

73. (O*I) = f(I*I, M*I)

74. (O*I) = f(I*I, M*I, ∅*I)

3.12. 92 Funktionen mit w = (I*∅)

1. (I*∅) = f(M*M, M*O)

2. (I*∅) = f(M*M, M*O, M*I)

3. (I*∅) = f(M*M, M*I)

4. (I*∅) = f(M*M, M*I, M*O)

5. (I*∅) = f(M*O, M*M)

6. (I*∅) = f(M*O, M*M, M*I)

7. (I*∅) = f(M*O, M*I)

8. (I*∅) = f(M*O, M*I, M*M)

9. (I*∅) = f(M*O, M*I, O*M)

10. $(I*\varnothing) = f(M*O, M*I, I*M)$

11. $(I*\varnothing) = f(M*O, O*M)$

12. $(I*\varnothing) = f(M*O, O*M, M*I)$

13. $(I*\varnothing) = f(M*O, I*M)$

14. $(I*\varnothing) = f(M*O, I*M, M*I)$

15. $(I*\varnothing) = f(M*I, M*M)$

16. $(I*\varnothing) = f(M*I, M*M, M*O)$

17. $(I*\varnothing) = f(M*I, M*O)$

18. $(I*\varnothing) = f(M*I, M*O, M*M)$

19. $(I*\varnothing) = f(M*I, M*O, O*M)$

20. $(I*\varnothing) = f(M*I, M*O, I*M)$

21. $(I*\varnothing) = f(M*I, O*M)$

22. $(I*\varnothing) = f(M*I, O*M, M*O)$

23. $(I*\varnothing) = f(M*I, O*M, O*O)$

24. $(I*\varnothing) = f(M*I, O*O)$

25. $(I*\varnothing) = f(M*I, O*O, O*M)$

26. $(I*\varnothing) = f(M*I, O*O, I*M)$

27. $(I*\varnothing) = f(M*I, I*M)$

28. $(I*\varnothing) = f(M*I, I*M, M*O)$

29. $(I*\varnothing) = f(M*I, I*M, O*O)$

30. $(I*\varnothing) = f(M*I, I*M, I*O)$

31. $(I*\varnothing) = f(M*I, I*O)$

32. $(I*\varnothing) = f(M*I, I*O, I*M)$

33. $(I*\varnothing) = f(O*M, M*O)$

34. $(I*\varnothing) = f(O*M, M*O, M*I)$

35. $(I*\varnothing) = f(O*M, M*I)$

36. $(I*\varnothing) = f(O*M, M*I, M*O)$

37. $(I*\varnothing) = f(O*M, M*I, O*O)$

38. $(I*\varnothing) = f(O*M, O*O)$

39. $(I*\varnothing) = f(O*M, O*O, M*I)$

40. $(I*\varnothing) = f(O*M, O*O, O*I)$

41. $(I*\varnothing) = f(O*M, O*I)$

42. $(I*\varnothing) = f(O*M, O*I, O*O)$

43. $(I*\varnothing) = f(O*O, M*I)$

44. $(I*\varnothing) = f(O*O, M*I, O*M)$

45. $(I*\varnothing) = f(O*O, M*I, I*M)$

46. $(I*\varnothing) = f(O*O, O*M)$

47. $(I*\varnothing) = f(O*O, O*M, M*I)$

48. $(I*\varnothing) = f(O*O, O*M, O*I)$

49. $(I*\varnothing) = f(O*O, O*I)$

50. (I∗∅) = f(O*O, O*I, O*M)

51. (I∗∅) = f(O*O, O*I, I*M)

52. (I∗∅) = f(O*O, I*M)

53. (I∗∅) = f(O*O, I*M, M*I)

54. (I∗∅) = f(O*O, I*M, O*I)

55. (I∗∅) = f(O*I, O*M)

56. (I∗∅) = f(O*I, O*M, O*O)

57. (I∗∅) = f(O*I, O*O)

58. (I∗∅) = f(O*I, O*O, O*M)

59. (I∗∅) = f(O*I, O*O, I*M)

60. (I∗∅) = f(O*I, I*M)

61. (I∗∅) = f(O*I, I*M, O*O)

62. (I∗∅) = f(O*I, I*M, I*O)

63. (I∗∅) = f(O*I, I*O)

64. (I∗∅) = f(O*I, I*O, I*M)

65. (I∗∅) = f(I*M, M*O)

66. (I∗∅) = f(I*M, M*O, M*I)

67. (I∗∅) = f(I*M, M*I)

68. (I∗∅) = f(I*M, M*I, M*O)

69. (I∗∅) = f(I*M, M*I, O*O)

70. $(I*\varnothing) = f(I*M, M*I, I*O)$

71. $(I*\varnothing) = f(I*M, O*O)$

72. $(I*\varnothing) = f(I*M, O*O, M*I)$

73. $(I*\varnothing) = f(I*M, O*O, O*I)$

74. $(I*\varnothing) = f(I*M, O*I)$

75. $(I*\varnothing) = f(I*M, O*I, O*O)$

76. $(I*\varnothing) = f(I*M, O*I, I*O)$

77. $(I*\varnothing) = f(I*M, I*O)$

78. $(I*\varnothing) = f(I*M, I*O, M*I)$

79. $(I*\varnothing) = f(I*M, I*O, O*I)$

80. $(I*\varnothing) = f(I*M, I*O, I*I)$

81. $(I*\varnothing) = f(I*O, M*I)$

82. $(I*\varnothing) = f(I*O, M*I, I*M)$

83. $(I*\varnothing) = f(I*O, O*I)$

84. $(I*\varnothing) = f(I*O, O*I, I*M)$

85. $(I*\varnothing) = f(I*O, I*M, M*I)$

86. $(I*\varnothing) = f(I*O, I*M)$

87. $(I*\varnothing) = f(I*O, I*M, O*I)$

88. $(I*\varnothing) = f(I*O, I*M, I*I)$

89. $(I*\varnothing) = f(I*O, I*I, I*M)$

90. (I∗∅) = f(I*I, I*M)

91. (I∗∅) = f(I*I, I*M, I*O)

92. (I∗∅) = f(I*I, I*O, I*M)

3.13. 154 Funktionen mit w = (I*M)

1. (I*M) = f(∅∗M, M*M)
2. (I*M) = f(∅∗M, M*M, O*M)
3. (I*M) = f(∅∗M, O*M)
4. (I*M) = f(∅∗M, O*M, M*M)
5. (I*M) = f(∅∗O, M*M)
6. (I*M) = f(∅∗O, M*M, O*M)
7. (I*M) = f(∅∗O, M*O)
8. (I*M) = f(∅∗O, M*O, O*M)
9. (I*M) = f(∅∗O, M*O, O*O)
10. (I*M) = f(∅∗O, O*M)
11. (I*M) = f(∅∗O, O*M, M*M)
12. (I*M) = f(∅∗O, O*M, M*O)
13. (I*M) = f(∅∗O, O*O)
14. (I*M) = f(∅∗O, O*O, M*O)
15. (I*M) = f(∅∗I, M*M)
16. (I*M) = f(∅∗I, M*M, O*M)

17. $(I*M) = f(\varnothing * I, M*O)$

18. $(I*M) = f(\varnothing * I, M*O, O*M)$

19. $(I*M) = f(\varnothing * I, M*O, O*O)$

20. $(I*M) = f(\varnothing * I, M*I)$

21. $(I*M) = f(\varnothing * I, M*I, O*M)$

22. $(I*M) = f(\varnothing * I, M*I, O*O)$

23. $(I*M) = f(\varnothing * I, M*I, O*I)$

24. $(I*M) = f(\varnothing * I, O*M)$

25. $(I*M) = f(\varnothing * I, O*M, M*M)$

26. $(I*M) = f(\varnothing * I, O*M, M*O)$

27. $(I*M) = f(\varnothing * I, O*M, M*I)$

28. $(I*M) = f(\varnothing * I, O*O)$

29. $(I*M) = f(\varnothing * I, O*O, M*O)$

30. $(I*M) = f(\varnothing * I, O*O, M*I)$

31. $(I*M) = f(\varnothing * I, O*I)$

32. $(I*M) = f(\varnothing * I, O*I, M*I)$

33. $(I*M) = f(M*M, \varnothing * M)$

34. $(I*M) = f(M*M, \varnothing * M, O*M)$

35. $(I*M) = f(M*M, \varnothing * O)$

36. $(I*M) = f(M*M, \varnothing * O, O*M)$

37. (I*M) = f(M*M, ∅∗I)

38. (I*M) = f(M*M, ∅∗I, O*M)

39. (I*M) = f(M*M, O*M)

40. (I*M) = f(M*M, O*M, ∅∗M)

41. (I*M) = f(M*M, O*M, ∅∗O)

42. (I*M) = f(M*M, O*M, ∅∗I)

43. (I*M) = f(M*O, ∅∗O)

44. (I*M) = f(M*O, ∅∗O, O*M)

45. (I*M) = f(M*O, ∅∗O, O*O)

46. (I*M) = f(M*O, ∅∗I)

47. (I*M) = f(M*O, ∅∗I, O*M)

48. (I*M) = f(M*O, ∅∗I, O*O)

49. (I*M) = f(M*O, M*I)

50. (I*M) = f(M*O, M*I, I∗∅)

51. (I*M) = f(M*O, O*M)

52. (I*M) = f(M*O, O*M, ∅∗O)

53. (I*M) = f(M*O, O*M, ∅∗I)

54. (I*M) = f(M*O, O*O)

55. (I*M) = f(M*O, O*O, ∅∗O)

56. (I*M) = f(M*O, O*O, ∅∗I)

57. (I*M) = f(M*O, I∗∅)

58. (I*M) = f(M*O, I∗∅, M*I)

59. (I*M) = f(M*I, ∅∗I)

60. (I*M) = f(M*I, ∅∗I, O*M)

61. (I*M) = f(M*I, ∅∗I, O*O)

62. (I*M) = f(M*I, ∅∗I, O*I)

63. (I*M) = f(M*I, M*O)

64. (I*M) = f(M*I, M*O, I∗∅)

65. (I*M) = f(M*I, O*M)

66. (I*M) = f(M*I, O*M, ∅∗I)

67. (I*M) = f(M*I, O*O)

68. (I*M) = f(M*I, O*O, ∅∗I)

69. (I*M) = f(M*I, O*O, I∗∅)

70. (I*M) = f(M*I, O*I)

71. (I*M) = f(M*I, O*I, ∅∗I)

72. (I*M) = f(M*I, I∗∅)

73. (I*M) = f(M*I, I∗∅, M*O)

74. (I*M) = f(M*I, I∗∅, O*O)

75. (I*M) = f(M*I, I∗∅, I*O)

76. (I*M) = f(M*I, I*O)

77. (I*M) = f(M*I, I*O, I∗∅)

78. (I*M) = f(O*M, ∅∗M)

79. (I*M) = f(O*M, ∅∗M, M*M)

80. (I*M) = f(O*M, ∅∗O)

81. (I*M) = f(O*M, ∅∗O, M*M)

82. (I*M) = f(O*M, ∅∗O, M*O)

83. (I*M) = f(O*M, ∅∗I)

84. (I*M) = f(O*M, ∅∗I, M*M)

85. (I*M) = f(O*M, ∅∗I, M*O)

86. (I*M) = f(O*M, ∅∗I, M*I)

87. (I*M) = f(O*M, M*M)

88. (I*M) = f(O*M, M*M, ∅∗M)

89. (I*M) = f(O*M, M*M, ∅∗O)

90. (I*M) = f(O*M, M*M, ∅∗I)

91. (I*M) = f(O*M, M*O)

92. (I*M) = f(O*M, M*O, ∅∗O)

93. (I*M) = f(O*M, M*O, ∅∗I)

94. (I*M) = f(O*M, M*I)

95. (I*M) = f(O*M, M*I, ∅∗I)

96. (I*M) = f(O*O, ∅∗O)

97. (I*M) = f(O*O, ∅∗O, M*O)

98. (I*M) = f(O*O, ∅∗I)

99. (I*M) = f(O*O, ∅∗I, M*O)

100. (I*M) = f(O*O, ∅∗I, M*I)

101. (I*M) = f(O*O, M*O)

102. (I*M) = f(O*O, M*O, ∅∗O)

103. (I*M) = f(O*O, M*O, ∅∗I)

104. (I*M) = f(O*O, M*I)

105. (I*M) = f(O*O, M*I, ∅∗I)

106. (I*M) = f(O*O, M*I, I∗∅)

107. (I*M) = f(O*O, O*I)

108. (I*M) = f(O*O, O*I, I∗∅)

109. (I*M) = f(O*O, I∗∅)

110. (I*M) = f(O*O, I∗∅, M*I)

111. (I*M) = f(O*O, I∗∅, O*I)

112. (I*M) = f(O*I, ∅∗I)

113. (I*M) = f(O*I, ∅∗I, M*I)

114. (I*M) = f(O*I, M*I)

115. (I*M) = f(O*I, M*I, ∅∗I)

116. (I*M) = f(O*I, O*O)

117. (I*M) = f(O*I, O*O, I∗∅)

118. (I*M) = f(O*I, I∗∅)

119. (I*M) = f(O*I, I∗∅, O*O)

120. (I*M) = f(O*I, I∗∅, I*O)

121. (I*M) = f(O*I, I*O)

122. (I*M) = f(O*I, I*O, I∗∅)

123. (I*M) = f(I∗∅, M*O)

124. (I*M) = f(I∗∅, M*O, M*I)

125. (I*M) = f(I∗∅, M*I)

126. (I*M) = f(I∗∅, M*I, M*O)

127. (I*M) = f(I∗∅, M*I, O*O)

128. (I*M) = f(I∗∅, M*I, I*O)

129. (I*M) = f(I∗∅, O*O)

130. (I*M) = f(I∗∅, O*O, M*I)

131. (I*M) = f(I∗∅, O*O, O*I)

132. (I*M) = f(I∗∅, O*I)

133. (I*M) = f(I∗∅, O*I, O*O)

134. (I*M) = f(I∗∅, O*I, I*O)

135. (I*M) = f(I∗∅, I*O)

136. (I*M) = f(I∗∅, I*O, M*I)

137. (I*M) = f(I∗∅, I*O, O*I)

138. (I*M) = f(I∗∅, I*O, I*I)

139. (I*M) = f(I∗∅, I*I)

140. (I*M) = f(I∗∅, I*I, I*O)

141. (I*M) = f(I*O, M*I)

142. (I*M) = f(I*O, M*I, I∗∅)

143. (I*M) = f(I*O, O*I)

144. (I*M) = f(I*O, O*I, I∗∅)

145. (I*M) = f(I*O, I∗∅)

146. (I*M) = f(I*O, I∗∅, M*I)

147. (I*M) = f(I*O, I∗∅, O*I)

148. (I*M) = f(I*O, I∗∅, I*I)

149. (I*M) = f(I*O, I*I)

150. (I*M) = f(I*O, I*I, I∗∅)

151. (I*M) = f(I*I, I∗∅)

152. (I*M) = f(I*I, I∗∅, I*O)

153. (I*M) = f(I*I, I*O)

154. (I*M) = f(I*I, I*O, I∗∅)

1.14. 74 Funktionen mit w = (I*O)

1. (I*O) = f(∅∗O, M*O)

2. (I*O) = f(∅∗O, M*O, O*O)

3. (I*O) = f(∅∗O, O*O)

4. (I*O) = f(∅∗O, O*O, M*O)

5. (I*O) = f(∅∗I, M*O)

6. (I*O) = f(∅∗I, M*O, O*O)

7. (I*O) = f(∅∗I, M*I)

8. (I*O) = f(∅∗I, M*I, O*O)

9. (I*O) = f(∅∗I, M*I, O*I)

10. (I*O) = f(∅∗I, O*O)

11. (I*O) = f(∅∗I, O*O, M*O)

12. (I*O) = f(∅∗I, O*O, M*I)

13. (I*O) = f(∅∗I, O*I)

14. (I*O) = f(∅∗I, O*I, M*I)

15. (I*O) = f(M*O, ∅∗O)

16. (I*O) = f(M*O, ∅∗O, O*O)

17. (I*O) = f(M*O, ∅∗I)

18. (I*O) = f(M*O, ∅∗I, O*O)

19. (I*O) = f(M*O, O*O)

20. (I*O) = f(M*O, O*O, ∅∗O)

21. (I*O) = f(M*O, O*O, ∅∗I)

22. (I*O) = f(M*I, ∅∗I)

23. (I*O) = f(M*I, ∅∗I, O*O)

24. (I*O) = f(M*I, ∅∗I, O*I)

25. (I*O) = f(M*I, O*O)

26. (I*O) = f(M*I, O*O, ∅∗I)

27. (I*O) = f(M*I, O*I)

28. (I*O) = f(M*I, O*I, ∅∗I)

29. (I*O) = f(M*I, I∗∅)

30. (I*O) = f(M*I, I∗∅, I*M)

31. (I*O) = f(M*I, I*M)

32. (I*O) = f(M*I, I*M, I∗∅)

33. (I*O) = f(O*O, ∅∗O)

34. (I*O) = f(O*O, ∅∗O, M*O)

35. (I*O) = f(O*O, ∅∗I)

36. (I*O) = f(O*O, ∅∗I, M*O)

37. (I*O) = f(O*O, ∅∗I, M*I)

38. (I*O) = f(O*O, M*O)

39. (I*O) = f(O*O, M*O, ∅∗O)

40. (I*O) = f(O*O, M*O, ∅∗I)

41. (I*O) = f(O*O, M*I)

42. (I*O) = f(O*O, M*I, ∅∗I)

43. (I*O) = f(O*I, ∅∗I)

44. (I*O) = f(O*I, ∅∗I, M*I)

45. (I*O) = f(O*I, M*I)

46. (I*O) = f(O*I, M*I, ∅∗I)

47. (I*O) = f(O*I, I∗∅)

48. (I*O) = f(O*I, I∗∅, I*M)

49. (I*O) = f(O*I, I*M)

50. (I*O) = f(O*I, I*M, I∗∅)

51. (I*O) = f(I∗∅, M*I)

52. (I*O) = f(I∗∅, M*I, I*M)

53. (I*O) = f(I∗∅, O*I)

54. (I*O) = f(I∗∅, O*I, I*M)

55. (I*O) = f(I∗∅, I*M)

56. (I*O) = f(I∗∅, I*M, M*I)

57. (I*O) = f(I∗∅, I*M, O*I)

58. (I*O) = f(I∗∅, I*M, I*I)

59. (I*O) = f(I∗∅, I*I)

60. (I*O) = f(I∗∅, I*I, I*M)

61. (I*O) = f(I*M, M*I)

62. (I*O) = f(I*M, M*I, I∗∅)

63. (I*O) = f(I*M, O*I)

64. (I*O) = f(I*M, O*I, I∗∅)

65. (I*O) = f(I*M, I∗∅)

66. (I*O) = f(I*M, I∗∅, M*I)

67. (I*O) = f(I*M, I∗∅, O*I)

68. (I*O) = f(I*M, I∗∅, I*I)

69. (I*O) = f(I*M, I*I)

70. (I*O) = f(I*M, I*I, I∗∅)

71. (I*O) = f(I*I, I∗∅)

72. (I*O) = f(I*I, I∗∅, I*M)

73. (I*O) = f(I*I, I*M)

74. (I*O) = f(I*I, I*M, I∗∅)

1.15. 24 Funktionen mit w = (I*I)

1. (I*I) = f(∅∗I, M*I)

2. (I*I) = f(∅∗I, M*I, O*I)

3. (I*I) = f(∅∗I, O*I)

4. (I*I) = f(∅∗I, O*I, M*I)

5. (I*I) = f(M*I, ∅∗I)

6. (I*I) = f(M*I, ∅∗I, O*I)

7. (I*I) = f(M*I, O*I)

8. (I*I) = f(M*I, O*I, ∅∗I)

9. (I*I) = f(O*I, ∅∗I)

10. (I*I) = f(O*I, ∅∗I, M*I)

11. (I*I) = f(O*I, M*I)

12. (I*I) = f(O*I, M*I, ∅∗I)

13. (I*I) = f(I∗∅, I*M)

14. (I*I) = f(I∗∅, I*M, I*O)

15. (I*I) = f(I∗∅, I*O)

16. (I*I) = f(I∗∅, I*O, I*M)

17. (I*I) = f(I*M, I∗∅)

18. (I*I) = f(I*M, I∗∅, I*O)

19. (I*I) = f(I*M, I*O)

20. (I*I) = f(I*M, I*O, I∗∅)

21. (I*I) = f(I*O, I∗∅)

22. (I*I) = f(I*O, I∗∅, I*M)

23. (I*I) = f(I*O, I*M)

24. (I*I) = f(I*O, I*M, I∗∅)

4.1. Wir haben somit

3.1. 12 Funktionen mit w = (∅∗M)

3.2. 41 Funktionen mit w = (∅∗**O**)

3.3. 92 Funktionen mit w = (∅∗**I**)

3.4. 12 Funktionen mit w = (**M**∗∅)

3.5. 64 Funktionen mit w = (M*M)

3.6. 115 Funktionen mit w = (M*O)

3.7. 152 Funktionen mit w = (M*I)

3.8. 41 Funktionen mit w = (**O**∗∅)

3.9. 116 Funktionen mit w = (O*M)

3.10. 114 Funktionen mit w = (O*O)

3.11. 74 Funktionen mit w = (O*I)

3.12. 92 Funktionen mit w = (**I**∗∅)

3.13. 154 Funktionen mit w = (I*M)

3.14. 74 Funktionen mit w = (I*O)

3.15. 24 Funktionen mit w = (I*I)

4.2. Damit gehört also jede triadische spurentheoretisch-semiotische Funktion zu einer tetradischen, oder, anders ausgedrückt: Partielle spurentheoretisch-semiotische Funktion treten nicht isoliert auf, sondern in einer Familie, die von einer tetradischen spurentheoretisch-semiotischen Funktion "angeführt" wird. Ob eine spurentheoretisch-semiotische Funktion zu einer solchen "Funktionen-Familie" von 2, 3 oder 4 Mitgliedern gehört, bestimmt offensichtlich ganz einfach ihre Struktur, die in den obigen Listen freilich optisch durch die auftretenden Permutationen der "regulären" tetradischen Dualsysteme der abstrakten Form (3.a 2.b 1.c ∅.d) × (d.∅ c.1 b.2 a.3) etwas verdeckt ist:

PZR = (3.a 2.b 1.c ∅.d) mit a ≤ b ≤ c ≤ d, wobei a, b, c, d ∈ {.1, .2, .3}.

Man bedenke, dass wir im realitätstheoretischen Falle also haben

PZR° = (d.∅ c.1 b.2 a.3),

wobei also wie im zeichentheoretischen Falle (PZR) wegen des von Bense eingeführten Unterscheides zwischen kategorialen und relationalen Zahlen (Bense 1975, S. 65 f.) d ≠ 0 ist, was ja der Grund für die nicht-quadratische spurentheoretisch-semiotische Matrix ist, denn die genuine, iterierte nullheitliche Kategorie "0.0" würde gerade dem durch die nicht-genuinen trichotomischen Kategorien (∅*M), (∅*O), (∅*I) ausgedrückte Aufhebung der polykontexturalen Grenze zwischen Zeichen und Objekt widersprechen, insofern hier das kategoriale Objekt als "reines", nicht "Zeichen-infiziertes" Objekt erschiene.

Mit anderen Worten: Ausgehend von

PZR = (3.a 2.b 1.c ∅.d) und PZR° = (d.∅ c.1 b.2 a.3)

finden wir in den Listen die folgenden 2 · 24 Permutationen:

(3.a 2.b 1.c ∅.d) × (d.∅ c.1 b.2 a.3)

(2.b 3.a 1.c ∅.d) × (d.∅ c.1 a.3 b.2)

(2.b 1.c 3.a ∅.d) × (d.∅ a.3 c.1 b.2)

(1.c 2.b 3.a ∅.d) × (d.∅ a.3 b.2 c.1)

(3.a 1.c 2.b ∅.d) × (d.∅ b.2 c.1 a.3)

(1.c 3.a 2.b ∅.d) × (d.∅ b.2 a.3 c.1)

(2.b 3.a ∅.d 1.c) × (c.1 d.∅ a.3 b.2)

(3.a 2.b ∅.d 1.c) × (c.1 d.∅ b.2 a.3)

(2.b 1.c ∅.d 3.a) × (a.3 d.∅ c.1 b.2)

(1.c 2.b ∅.d 3.a) × (a.3 d.∅ b.2 c.1)

(3.a 1.c ∅.d 2.b) × (b.2 d.∅ c.1 a.3)

(1.c 3.a ∅.d 2.b) × (b.2 d.∅ a.3 c.1)

(2.b ∅.d 3.a 1.c) × (c.1 a.3 d.∅ b.2)

(3.a ∅.d 2.b 1.c) × (c.1 b.2 d.∅ a.3)

(2.b ∅.d 1.c 3.a) × (a.3 c.1 d.∅ b.2)

(1.c ∅.d 2.b 3.a) × (a.3 b.2 d.∅ c.1)

(3.a ∅.d 1.c 2.b) × (b.2 c.1 d.∅ a.3)

(1.c ∅.d 3.a 2.b) × (b.2 a.3 d.∅c.1)

(∅.d 2.b 3.a 1.c) × (c.1 a.3 b.2 d.∅)

(∅.d 3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3 d.∅)

(∅.d 1.c 2.b 3.a) × (a.3 b.2 c.1 d.∅)

(∅.d 2.b 1.c 3.a) × (a.3 c.1 b.2 d.∅)

(∅.d 3.a 1.c 2.b) × (b.2 c.1 a.3 d.∅)

(∅.d 1.c 3.a 2.b) × (b.2 a.3 c.1 d.∅)

Wegen der trichotomischen Ordnung ($a \leq b \leq c \leq d$) bestimmen also bei den partiellen Funktionen die "anwesenden" Funktionsglieder die "fehlenden". Wir hatten diese "fehlenden" Funktionsglieder ja weiter oben als "übersprungene" Kategorien bezeichnet, weil sie im polykontexturalen Sinne in eindeutig-mehrmöglicher Weise durch die “anwesenden” Funktionsglieder bestimmt werden. Wenn wir etwa die Nr. 18 aus Liste 3.2. nehmen

(∅*O) = f(O*M, I*M),

dann hat also die vollständige tetradische Zeichenrelation die beiden möglichen Formen

(∅*O) = f(O*M, I*M 1.c)

(∅*O) = f(1.c, O*M, I*M).

Wegen (I*M O*M) ergibt sich also c= 1 oder c = 2, d.h. 2 Möglichkeiten

(∅*O) = f(O*M, I*M, M*M) / (M*M, O*M, I*M)

(∅*O) = f(O*M, I*M, M*O) / (M*O, O*M, I*M),

und die vor dem Schrägstrich stehenden Funktionen sind tatsächlich die Nrn. 19 und 20 in Liste 3.2.

Die 3er-Familie der spurentheoretisch-semiotischen Funktionen

Nr. 18(∅*O) = f(O*M, I*M)

Nr. 19(∅*O) = f(O*M, I*M, M*M)

Nr. 20(∅*O) = f(O*M, I*M, M*O)

besagt wegen der Äquivalenz der spurentheoretisch-semiotischen Funktionen aber auch, dass diese gegenseitig ersetzbar sind. Man könnte also auch sagen, die triadische spurentheoretisch-semiotische Funktion Nr. 18 impliziere eine doppelte Option ihrer Substitution. Da die tetradische Zeichenklasse der partiellen Funktion Nr. 18 nicht eindeutig rekonstruierbar ist, ergeben sich also bei einer Rekonstruktion die beiden Alternativen Nr. 19 und Nr. 20, d.h. zwei verschiedene tetradische Zeichenklassen, und, da das kategoriale Objekt (∅*O) konstant ist, nach der Entfernung der Faserung auch zwei verschiedene triadische, d.h. monokontexturale Zeichenklassen.

4.3. Die 15 Listen mit ihren 1177 spurentheoretisch-semiotischen Funktionen besagen also vor allem, dass die 15 polykontexturalen monadischen Subzeichen der tetradischen semiotischen Matrix durch total 1177 dyadische (partielle) und triadische spurentheoretisch-semiotische Funktionen substituiert werden können, wobei jede "Familie" von Funktionen 2, 3 oder 4 Optionen hat. Der Anwendung dieser funktionalen Substitutionen wird eine eigene Arbeit gewidmet sein.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Nullzeichen und Nullobjekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Kategoriale Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Semiotische und physikalische Gesetze und deren Durchbrechung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Toth, Alfred, Nullzeichen und kategoriale Spur. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009e

Kleine Arithmetik der Zeichen- und Objektspuren

1. Wir behandeln im folgenden Zeichen- und Objektspuren zusammen bzw. die Ergebnisse, die wir für Zeichenspuren erhalten, sind ebenfalls für Objektspuren gültig (vgl. jedoch Toth 2009a). Dabei gehen wir von der in Toth (2009b) eingeführten semiotischen Spurenmatrix aus

$$\begin{pmatrix} \varnothing_M & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix}$$

Man sollte sich, bevor man die folgenden Theoreme studiert, welche ohne Beweise gegeben werden, weil sie selbstverständlich sind, nochmals vergegenwärtigen, dass ein Term wie MO mathematisch dasselbe bedeutet wie

$M \rightarrow O$

und dass demzufolge die Konverse

$M_O° = M \leftarrow O$

gilt. Werden also zwei Subzeichen M_n und N_m addiert, so ist das Resultat

$M_n \cup N_m = \cup(M, N)_{n \cup m}$, falls N > M und m > n.

sonst = N_m.

Das bedeutet also, dass bei der Spurenarithmetik zwischen Links- und Rechtsaddition unterschieden werden muss. Ferner müssen natürlich die Nullabbildungen speziell beachtet werden. Sind N = M = ∅, aber n ≠ m, so gilt genau das oben zur Spurenarithmetik Gesagte,. Sind jedoch n = m = ∅, so bleibt die Summe natürlich 0 (d.h. $\cup(\varnothing, \varnothing) = \varnothing$), aber es gilt in diesem Fall $M \cup N = \max(M, N)$, wie bei normalen Verbänden (vgl. etwa Hermes 1967).

2.1. Addition von Nullzeichen

$\varnothing_M + \varnothing_M = \varnothing_M$
$\varnothing_O + \varnothing_O = \varnothing_O$
$\varnothing_I + \varnothing_I = \varnothing_I$

$\varnothing_M + \varnothing_O = \varnothing_O$
$\varnothing_M + \varnothing_I = \varnothing_I$
$\varnothing_O + \varnothing_I = \varnothing_I$

$\varnothing_O + \varnothing_M = \varnothing_M$
$\varnothing_I + \varnothing_M = \varnothing_M$
$\varnothing_I + \varnothing_O = \varnothing_O$

2.2. Addition von Nullzeichen und Spuren

2.2.1. Linksaddition von Nullzeichen

$\varnothing_M + M_M = M_M$
$\varnothing_M + M_O = M_O$
$\varnothing_M + M_I = M_I$

$\varnothing_O + M_M = M_O$
$\varnothing_O + M_O = M_O$
$\varnothing_O + M_I = M_O$

$\varnothing_I + M_M = M_I$
$\varnothing_I + M_O = M_I$
$\varnothing_I + M_I = M_I$

2.2.2. Rechtsaddition von Nullzeichen

$M_M + \varnothing_M = \varnothing_M$
$M_O + \varnothing_M = \varnothing_M$
$M_I + \varnothing_M = \varnothing_M$

$M_M + \varnothing_O = \varnothing_O$
$M_O + \varnothing_O = \varnothing_O$

$M_I + \varnothing_O = \varnothing_O$

$M_M + \varnothing_I = \varnothing_I$
$M_O + \varnothing_I = \varnothing_I$
$M_I + \varnothing_I = \varnothing_I$

2.3.3. Addition von Spuren

$M_M + M_M = M_M$
$M_M + M_O = M_O$
$M_M + M_I = M_I$

$M_O + O_M = O_O$
$M_O + O_O = O_O$
$M_O + O_I = O_I$

$M_I + I_M = I_I$
$M_I + I_O = I_I$
$M_I + I_I = I_I$

2.4. Additionen mit konversen Nullzeichen

2.4.1. Additionen von konversen Nullzeichen

$M\varnothing + M\varnothing = M\varnothing$
$M\varnothing + O\varnothing = O\varnothing$
$M\varnothing + I\varnothing = I\varnothing$

$O\varnothing + M\varnothing = O\varnothing$
$O\varnothing + O\varnothing = O\varnothing$
$O\varnothing + I\varnothing = I\varnothing$

$I\varnothing + M\varnothing = I\varnothing$
$I\varnothing + O\varnothing = I\varnothing$
$I\varnothing + I\varnothing = I\varnothing$

2.4.2. Additionen von konversen Nullzeichen und Spuren

$M\varnothing + O\varnothing = O\varnothing$
$M\varnothing + I\varnothing = I\varnothing$
$O\varnothing + I\varnothing = I\varnothing$

$O\varnothing + M\varnothing = O\varnothing$
$I\varnothing + M\varnothing = I\varnothing$
$I\varnothing + O\varnothing = I\varnothing$

usw.

Bibliographie

Hermes, Hans, Einführung in die Verbandstheorie. Berlin 1967

Toth, Alfred, Zur Arithmetik semiotischer Objektrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Nullzeichen und kategoriale Spur. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Kategoriale Spuren und Objektsabbildungen

1. Stark vereinfacht, könnte man sagen, die Theorie der kategorialen Spuren, oder kurz: semiotische Spurentheorie genannt, kehre in einem gewissen Sinne die semiotische Kategorietheorie um. Während es bei letzterer darum geht, auf Objekte zu verzichten und stattdessen Pfeile zu verwenden, handelt es sich bei ersterer darum, auf Pfeile zu verzichten und stattdessen Objekte zu verwenden – genauer allerdings: Objekte, welche Abbildungsspuren in sich tragen. Daher war es in Toth (2009b) möglich, die bekannte kleine semiotische Matrix als sogenannte semiotische Spurenmatrix zu notieren:

$$\begin{pmatrix} \varnothing_M & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix}$$

Z.B. zeigt also das Spuren-Subzeichen MO an, da die Abbildung von M → O („von M nach O“) dem M **inhäriert**. Nur unter Annahme dieser Inhärenz ist es sodann möglich, die theoretisch ebenfalls existierenden weiteren Spuren-Subzeichen MM und MI als Aberrationen zu betrachten. Und hier wird wohl bisher am klarsten der tiefgreifende Unterschied zwischen den simplen morphismischen Abbildungen $M \rightarrow M$, $M \rightarrow O$, $M \rightarrow I$ und den Spuren M_M, M_O und M_I deutlich: Es gibt keinerlei Kriterien, wieso eine der drei Abbildungen vor einer anderen bevorzugt wäre bzw. eine richtig und zwei falsch seien. Dagegen gibt es wegen des Inhärenzgesetztes der Spurentheorie klare Gründe dafür, dass zwei der drei obigen Spuren aberrant sind. Es ist ebenfalls wichtig, darauf hinzuweisen, dass die Spurentheorie auch nicht die Theorie der generativen Semiosen Benses ersetzen kann, denn obwohl z.B. (1.1) > (1.2) gilt, gilt auch (1.1) > (1.3), wenn auch "mit Zwischenstufe". Letzteres ist aber spurentheoretisch ausgeschlossen.

2. Nach dem Gesagten würde man erwarten, dass die Benutzung der in Toth (2009a) eingeführten Objektsabbildungen die enorme Komplexität der Spurentheorie bereits im Bereich der Abbildungen von Primzeichen in Subzeichendyaden massiv reduzierte. Das Gegenteil ist jedoch der Fall. Um dies zu verstehen, muss man sich nochmals vergegenwärtigen, dass eine Spur wie z.B.

M_I

ja ein Objekt zusammen mit der Abbildungsspur

$M \rightarrow I$

darstellt. Geht man nun von Zeichenklassen aus, haben wir jeweils drei solcher Spuren bzw. Objekte mit Abbildungsspuren, wobei die letzteren sich ausschliesslich auf die trichotomischen Stellenwerte beziehen (vgl. Toth 2009c). Wird also ein Morphismus konvertiert, d.h. der "Pfeil umgekehrt", so ändert sich für die Spur die Relation des Trägers der Spur sowie der Spur, d.h.

$M_I \rightarrow I_M$,

oder einfach ausgedrückt: Triade wird mit Trichotomie ausgetauscht, und vice versa.

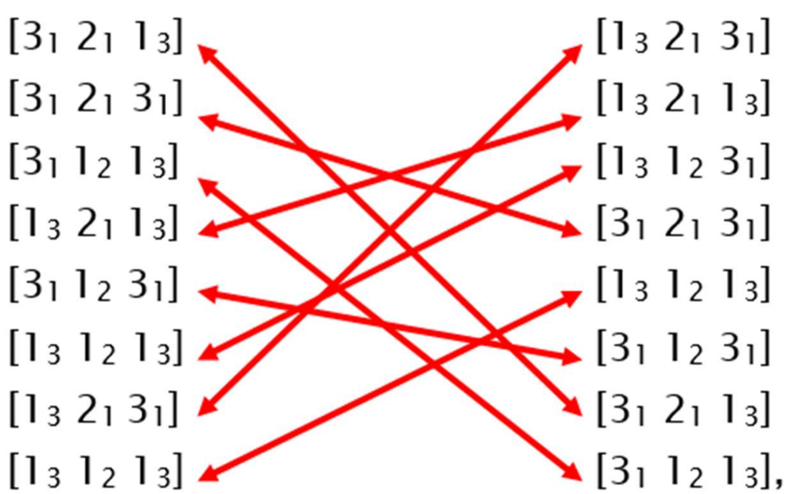
3. Wenn wir als Beispiel den folgenden Ausschnitt von Objektabbildungen aus Toth 2009a) nehmen

$$
\begin{array}{lll}
[3_1\ 2_1\ 1_3] & \times[3_1\ 2_1\ 1_3] & = [1_3\ 2_1\ 3_1] \\
[3_1\ 2_1\ 3_1] & \times[3_1\ 2_1\ 3_1] & = [1_3\ 2_1\ 1_3] \\
[3_1\ 1_2\ 1_3] & \times[3_1\ 1_2\ 1_3] & = [1_3\ 1_2\ 3_1] \\
[1_3\ 2_1\ 1_3] & \times[1_3\ 2_1\ 1_3] & = [3_1\ 2_1\ 3_1] \\
[3_1\ 1_2\ 3_1] & \times[3_1\ 1_2\ 3_1] & = [1_3\ 1_2\ 1_3] \\
[1_3\ 1_2\ 1_3] & \times[[1_3\ 1_2\ 1_3] & = [3_1\ 1_2\ 3_1] \\
[1_3\ 2_1\ 3_1] & \times[1_3\ 2_1\ 3_1] & = [3_1\ 2_1\ 1_3] \\
[1_3\ 1_2\ 1_3] & \times[1_3\ 1_2\ 1_3] & = [3_1\ 1_2\ 1_3]
\end{array}
$$

dann können wir diesen Ausschnitt wie folgt ein eineindeutiger Weise auf das entsprechende Spurensystem abbilden:

$$\begin{array}{lll}
[3_1\ 2_1\ 1_3] & \times[3_1\ 2_1\ 1_3] & = \quad [1_3\ 2_1\ 3_1] \\
[3_1\ 2_1\ 3_1] & \times[3_1\ 2_1\ 3_1] & = \quad [1_3\ 2_1\ 1_3] \\
[3_1\ 1_2\ 1_3] & \times[3_1\ 1_2\ 1_3] & = \quad [1_3\ 1_2\ 3_1] \\
[1_3\ 2_1\ 1_3] & \times[1_3\ 2_1\ 1_3] & = \quad [3_1\ 2_1\ 3_1] \\
[3_1\ 1_2\ 3_1] & \times[3_1\ 1_2\ 3_1] & = \quad [1_3\ 1_2\ 1_3] \\
[1_3\ 1_2\ 1_3] & \times[[1_3\ 1_2\ 1_3] & = \quad [3_1\ 1_2\ 3_1] \\
[1_3\ 2_1\ 3_1] & \times[1_3\ 2_1\ 3_1] & = \quad [3_1\ 2_1\ 1_3] \\
[1_3\ 1_2\ 1_3] & \times[1_3\ 1_2\ 1_3] & = \quad [3_1\ 1_2\ 1_3]
\end{array}$$

Wie man sieht, ist also die Abbildung von Spuren auf Objektsabbildungen tatsächlich eineindeutig. Wenn wir nun noch das Verhältnis der Zeichenklassen-Spuren und der Realitätsthematik-Spuren anschauen:



dann sind die Funktionen natürlich wieder bijektiv, aber es entsteht alles andere als ein symmetrischer Verband, sondern ein im Grunde konfuses Resultat, das weder aus der Theorie der generativen Abbildungen, noch aus der semiotischen Kategorietheorie hervorgeht und das natürlich, sozusagen e negativo, die semiotische Spurentheorie als "umgekehrte" Kategorientheorie ex post rechtfertigt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Objektsabbildungen In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Nullzeichen und kategoriale Spur. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Spurenklassen

1. Wie immer, benutzen wir als Ausgangsbasis der semiotischen Spurentheorie die in Toth (2009) eingeführte spurentheoretische Matrix

$$\begin{pmatrix} \varnothing_M & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix}$$

Wie in der semiotischen Kategorientheorie, werden bei Zeichenklassen und Realitätsthematiken einerseits die triadischen Hauptwerte, anderseits die trichotomischen Stellenwerte aufeinander abgebildet. Wenn wir also von dem allgemeinen Schema einer Zeichenklasse

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

ausgehen, so haben wir

$\mathcal{F}$(Td) = (3.) → (2.) → (1.)

$\mathcal{F}$(Tt) = (.a) → (.b) → (.c).

Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich dann natürlich definieren als

Zkl = $\mathcal{F}$(Tt) ○ $\mathcal{F}$(Td)

Rth = ($\mathcal{F}$(Tt) ○ $\mathcal{F}$(Td))° = $\mathcal{F}$(Td) ○ $\mathcal{F}$(Tt).

Während aber in der Kategorietheorie die beiden Abbildungstypen, d.h. $\mathcal{F}$(Td) und $\mathcal{F}$(Tt), über ein und derselben morphismischen Matrix definiert sind (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.), sind die beiden Abbildungen in der „umgekehrten“ Kategoriethorie der semiotischen Spurentheorie verschieden. Im Gegensatz zu den morphismischen

Abbildungen der Triaden, d.h. $\mathcal{F}\mathsf{cat}$(Td), ist in der „umgekehrten" Kategorietheorie $\mathcal{F}\mathsf{spu}$(Td) = const.

2. Die letzteren Feststellungen sollen nun anhand der 10 Peirceschen Zeichenklassen im Detail aufgezeigt werden. Zuerst wird jeder Zeichenklasse direkt in eine Spurenklasse „übersetzt". Anschliessend werden aber die Spurenklassen getrennt für Triaden (durch $\mathcal{F}\mathsf{spu}$(Td)) und für Trichotomien (durch $\mathcal{F}\mathsf{spu}$(Tt)) bestimmt. Das Ergebnis sind nicht weniger als 3 verschiedene Spurenklassen vor Zeichenklasse.

1. (3.1 2.1 1.1) → (I_M O_M M_M)
   Triade: (O M I)
   Trichotomie: (M M M)

2. (3.1 2.1 1.2) → (I_M O_M M_O)
   Triade: (O M I)
   Trichotomie: (M O M)

3. (3.1 2.1 1.3) → (I_M O_M M_I)
   Triade: (O M I)
   Trichotomie: (M I M)

4. (3.1 2.2 1.2) → (I_M O_O M_O)
   Triade: (O M I)
   Trichotomie: (O O M)

5. (3.1 2.2 1.3) → (I_M O_O M_I)
   Triade: (O M I)
   Trichotomie: (O I M)

6. (3.1 2.3 1.3) → (I_M O_I M_I)
   Triade: (O M I)
   Trichotomie: (I I M)

7. (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (I_O O_O M_O)
Triade: (O M I)
Trichotomie: (O O O)

8. (3.2 2.2 1.3) $\equiv$ (I_O O_O M_I)
Triade: (O M I)
Trichotomie: (O I O)

9. (3.2 2.3 1.3) $\equiv$ (I_O O_I M_I)
Triade: (O M I)
Trichotomie: (I I O)

10. (3.3 2.3 1.3) $\equiv$ (I_I O_I M_I)
Triade: (O M I)
Trichotomie: (I I I)

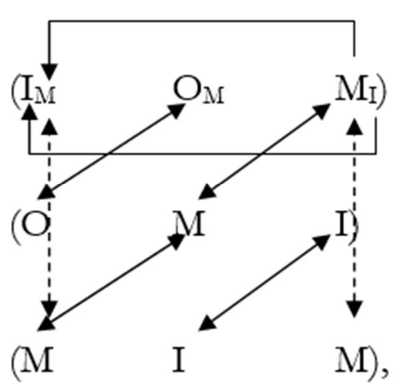
Es gilt also z.B.

$\mathcal{F}$cat (Td) (3.1 2.1 1.1) = (IM OM MI)

$\mathcal{F}$spu (Td) (3.1 2.1 1.3) = (O M I)

$\mathcal{F}$spu(Tt) (3.1 2.1 1.1) = (M I M), usw.,

d.h. der relationale Zusammenhang zwischen $\mathcal{F}$cat und $\mathcal{F}$spu bzw. zwischen Kategorien- und Spurentheorie ist:



oder intuitiv ausgedrückt: in einer dreistelligen Relation mit den Gliedern x, y, z sind die Spuren immer (y, z, x), d.h. bei Dyaden (a.b c.d e.f) sind die beiden Spuren (c e a) und (d f b). Dagegen wären die kategorietheoretischen Morphismen zwischen den Triaden (Hauptwerten) als [a.c] und [c.e], evtl., wenn zyklische Gruppe vorliegt, noch als [e.a], und zwischen den Trichotomien (Stellenwerten) als [b.d], [d.f], evtl. (zyklisch) als [f.b] definiert. Man kann also ohne weitere neben der Kategorietheorie eine nicht-tirivial „Spurentheorie" (die dann vielleicht einen besseren Namen haben sollte) konstruieren, die ausserhalb des semiotischen Kontextes eine eigene mathematische Disziplin sein kann. Die Mathematik könnte in diesem Fall nicht nur auf Zahlen- und Mengen- sowie Kategorietheorie begründet werden, sondern zusätzlich auf der „Spurentheorie".

Bibliographie

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Nullzeichen und kategoriale Spur. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Der Zusammenhang von Kategorien und Spuren durch Identitätsfelder

1. Wie bereits in Toth (2009b) vorsichtig angetönt, gibt es einen Zusammenhang zwischen der semiotischen Kategorietheorie und der semiotischen Spurentheorie, so zwar, dass sich die Semiotik anstatt durch Kategorien (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.) auch durch Spuren aufbauen lässt. (Evidenz für die anschliessende Frage, ob auch weitere mathematische Systeme durch die komplementäre Spurentheorie begründet werden können, muss an dieser Stelle wegbleiben.) In Toth (2006/2008) war ja gezeigt worden, dass sich die Semiotik, genauso wie die Mathematik, auf den fundamentalen Begriffen der Zahl, der Menge und der Kategorien aufbauen lassen. Nur am Rande sei erwähnt, dass der in Toth (2009a) eingeführte Begriff der Spur nichts mit dem homonymen Begriff der linearen Algebra zu tun hat.

2. Nehmen wir an, der folgende Ausdruck repräsentiere einen kategorietheoretischen Zeichenzusammenhang (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.):

$[\alpha, \beta, \beta\alpha, \beta, \alpha°\beta°, \mathrm{id3}, \alpha, \mathrm{id2}, \beta°]$.

Da eine Kategorie aus zwei Objekten, einer Domäne und einer Codomäne, sowie einer Abbildung zwischen ihnen besteht, kann man also in eineindeutiger Weise Objekte aus Morphismen rekonstruieren. Damit ist also der folgende Ausdruck mit vorstehenden semiotisch äquivalent:

Kat = [[M.O], [O.I], [M.I], [O.I], [I.M], [I.I], [M.O], [O.O], [I.O]].

Da Spuren separat auf Domänen bzw. Codomänen separat definiert sind, wobei die Menge aller Domänen in der Semiotik triadische Hauptwerte (Td) und die Menge aller Codomänen trichotomische Stellenwerte (Tt) heissen, können wir ebenfalls in eineindeutiger Weise die beiden Spuren aus dem obigen kategorietheoretischen Ausdruck rekonstruieren:

Spu(Td) = [OMOIIMOI]

Spu(Tt) = [IIIMIOOO].

3. An dieser Stelle wollen wir uns kurz überlegen, welche strukturellen Minimalbedingungen für Kategorien einerseits und für Spuren andererseits erfüllt sein müssen. Wie

man aus dem folgenden sieht, empfiehlt es sich, vorab zwischen einfachen und komplexen (= zusammengesetzten) Kategorien zu unterscheiden.

3.1. Minimum einfache Kategorie =

$A \rightarrow B$

$m(A \rightarrow B) = [a.b]$

3.2. Minimum einfache Spur =

$A \rightarrow B \rightarrow C$

$s(A \rightarrow B \rightarrow C) \rightarrow [[b.c], [c.a]]$

Eine einfache Spur setzt damit mindestens 3 Objekte und 2 Abbildungen voraus.

3.3. Minimum komplexe Kategorie =

$A.B \rightarrow C.D$

$m(A \rightarrow C) = [a.c]$

$m(B \rightarrow D) = [b.d]$

3.4. Minimum komplexe Spur =

$A.B \rightarrow C.D \rightarrow E.F$

$s(A \rightarrow C \rightarrow E) \rightarrow [[c.e], [e.a]]$

$s(B \rightarrow D \rightarrow F) \rightarrow [[d.f] [f.b]]$

Eine komplexe Spur besteht damit mindestens aus einem Paar von paarweisen Abbildungen.

4. Wenn wir nun von einer minimalen komplexen Spur ausgehen, d.h. von der Struktur

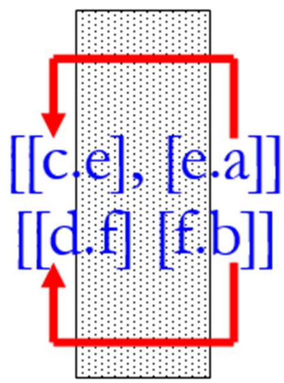
$A.B \rightarrow C.D \rightarrow E.F$

$s(A \rightarrow C \rightarrow E) \rightarrow [[c.e], [e.a]]$

$s(B \rightarrow D \rightarrow F) \rightarrow [[d.f]\ [f.b]]$,

dann sehen wir einen höchst bemerkenswerten Zusammenhang zwischen Spuren und Kategorien.

Wir haben also (blau Spuren, rot Kategorien, schraffiert Identitätsfeld):



Eine minimale komplexe Kategorie ist damit die konverse Relation aus der Codomäne des 2. Gliedes und der Domäne des 1. Gliedes eines Paares von Abbildungen, sofern die Codomäne des 1. Gliedes und die Domäne des 2. Gliedes identisch sind.

Bibliographie

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Kategoriale Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Spurenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Kategorien aus Objekten und Spuren aus Kategorien

1. In einem gewissen Sinne könnte man sagen, die Kategorietheorie elimniere die Objektvorstellung der Mengentheorie und ersetze sie durch die Abbildungen zwischen ihnen. Man stelle sich vor: Zwei Liebende, A und B, es besteht also eine Relation zwischen ihnen. Wie wäre es, wenn man diese Relation einfach zwischen den beiden herausheben und von ihnen (weitgehend) unabhängig machen könnte? Seriöser steht es bei MacLane: „Da eine Kategorie aus Pfeilen besteht, liesse sich unser Thema auch als Behandlung des Problemes auffassen, wie man ohne Elemente auskommen und statt ihrer Pfeile benutzen kann“ (1972, S. iii).

2. Da die semiotische Kategorietheorie auf der Basis der Peirceschen Zeichenrelation

ZR = (M, O, I)

und also ohne Nullzeichen eingeführt wurde, gibt es in der entsprechenden kategorialen semiotischen Matrix weder indizierte noch nicht-indizierte Leerkategorien (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.):

$$\left(\begin{array}{|c|ccc}
\cline{1-1}
— & \alpha & \beta\alpha & id_1 \\
— & id_2 & \beta & \alpha^\circ \\
— & \beta^\circ & id_3 & \alpha^\circ\beta^\circ \\
\cline{1-1}
\end{array}\right)$$

3. Demgegenüber basiert die semiotische Spurentheorie (vgl. Toth 2009a und zahlreiche Nachfolgearbeiten) auf der durch das Nullzeichen erweiterten Peirceschen Zeichenrelation

ZR* = (∅, M, O, I),

es gibt in der entsprechenden Spurenmatrix Abbildungen von und nach indizierten Nullzeichen:

$$\begin{pmatrix} \varnothing_M & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} M_\varnothing & O_\varnothing & I_\varnothing \\ M_O & O_O & I_O \\ M_I & O_I & I_I \\ M_M & O_M & I_M \end{pmatrix}^T$$

Mit T ist wie übliche die Transponierte der 4 × 3-Matrix bezeichnet. Es gelten also die folgenden Dualisationsbeziehungen

$\times(\varnothing_M) = M_\varnothing$
$\times(\varnothing_O) = O_\varnothing$
$\times(\varnothing_I) = I_\varnothing$

4. Kategorien werden aus Objekten und den Abbildungen zwischen ihnen wie folgt definiert (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.):

$1 \rightarrow 2$	$\equiv$	α	$3 \rightarrow 2$	$\equiv$	$\beta°$	$1 \rightarrow 1$	$\equiv$	id1
$2 \rightarrow 1$	$\equiv$	$\alpha°$	$1 \rightarrow 3$	$\equiv$	$\beta\alpha$	$2 \rightarrow 2$	$\equiv$	id2
$2 \rightarrow 3$	$\equiv$	β	$3 \rightarrow 1$	$\equiv$	$\alpha°\beta°$	$3 \rightarrow 3$	$\equiv$	id3

Dabei werden also nur 2 Basisabbildungen, α und β, benötigt, die restlichen sind Kompositen, Konversen und die üblichen Identitäten.

5. Spuren können aus Kategorien auf zweierlei Weise gewonnen werden. Erstens durch die in Toth (2009a) eingeführte Spurenschreibweise XY, worin X die Domäne eines Morphismus und Y die Spur der Codomäne des Morphismus angibt. Auf diese Weise ist es möglich, zwischen richtigen (z.B. MO) und falschen Spuren (z.B. MM, MI) zu unterscheiden. Zweitens kann man das bereits in Toth (2008) eingeführte Substanz-Eliminierungsverfahren verwenden, eine Notation, die neben den drei Pfeilen $\rightarrow$, $\leftarrow$, $\downarrow$ nur die drei semiotischen Kategoriensymbole 1, 2, 3 verwendet. Die nachstehende Tabelle gibt beide Verfahren:

Kategorien → Spuren:

—		$\varnothing_M$	$\equiv$	$\boldsymbol{\varnothing\rightarrow}$		‖		—		$\varnothing_O$	$\equiv$	$\boldsymbol{\rightarrow\varnothing\leftarrow}$
id1	$\equiv$	M_M	$\equiv$	$1\downarrow$		‖		$\alpha°$	$\equiv$	O_M	$\equiv$	$2\rightarrow$
α	$\equiv$	M_O	$\equiv$	$\leftarrow1\rightarrow$		‖		id2	$\equiv$	O_O	$\equiv$	$2\downarrow$
$\beta\alpha$	$\equiv$	M_I	$\equiv$	$\leftarrow1$		‖		β	$\equiv$	O_I	$\equiv$	$\leftarrow2$

—		$\varnothing_I$	$\equiv$	$\boldsymbol{\varnothing\leftarrow}$
$\alpha°\beta°$	$\equiv$	I_M	$\equiv$	$3\rightarrow$
$\beta°$	$\equiv$	I_O	$\equiv$	$\leftarrow3\rightarrow$
id3	$\equiv$	I_I	$\equiv$	$3\downarrow$

Durch Fettdruck werden die hier neu dazukommenden Null-Abbildungen gekennzeichnet.

6. Im ersten Fall werden also aus den semiotischen Objekten reine Abbildungen gewonnen, das ist der Bereich der semiotischen Kategorietheorie. Im zweiten Fall hingegen werden aus den semiotischen Kategorien auf zwei verschiedenen Wegen Spuren gewonnen; Spuren sind, grob gesagt, **gerichtete Objekte**. Dieser Begriff stammt ursprünglich aus der Architekturtheorie (vgl. Toth 2009b) und wird hiermit neu in die Mathematik eingeführt. Somit gilt, dass die mathematischen Begriffe Kategorie und gerichtetes Objekt in gewissem Sinne kontradiktorisch, in gewissem Sinne aber komplementär sind. Weitere Studien werden folgen.

Bibliographie

MacLane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Die Auslöschung der semiotischen Substanz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Kategoriale Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische n-Spuren

1. In Toth (2009a, b) wurden semiotische n-Kategorien und n-Morphismen untersucht. Die Idee, welche hinter der Einführung von n-Kategorien steht, basiert auf der auch in der Semiotik nachzuvollziehenden Überlegung, dass man etwa bei den Abbildungen von Primzeichen auf Subzeichen; von Subzeichen auf Zeichenklassen; von Zeichenklassen auf Trichotomische Triaden usw. nicht stets die gleichen Abbildungen bzw. Morphismen verwenden kann und dass sich zusätzlich zu den Pfeilen der klassischen Kategorietheorie neben horizontalen auch vertikale Abbildung unterscheiden lassen können. Bereits 1967 hatte Jean Bénabou diese Vorstellungen anhand der Bi-Kategorien eingeführt.

2. In Toth (2009b) hatten wir folgende Übersicht der semiotischen n-Kategorien gegeben:

PZ $\rightarrow$ SZ		
PZ $\rightarrow$ SZP	SZ $\rightarrow$ SZP	
PZ $\rightarrow$ Zkln/Rthn	SZ $\rightarrow$ Zkln/Rthn	SZP $\rightarrow$ Zkln/Rthn
PZ $\rightarrow$ TrTr	SZ $\rightarrow$ TrTr	SZP $\rightarrow$ TrTr
Zkln/Rthn $\rightarrow$ TrTr		

α := (.1.) $\rightarrow$ (.2.)

β := (.2.) $\rightarrow$ (.3.),

seien ferner

$A, B := (\alpha/\beta) \rightarrow (\alpha/\beta)$

$\underline{A}, \underline{B} := (A, B) \rightarrow (A, B)$

$\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}} := (\underline{A}, \underline{B}) \rightarrow (\underline{A}, \underline{B})$

$\underline{\underline{\underline{A}}}, \underline{\underline{\underline{B}}} := (\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}}) \rightarrow (\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}})$, usw.,

3. Wenn wir nun Spuren im Sinne von Hierarchien von n-Spuren aufeinander abbilden wollen,

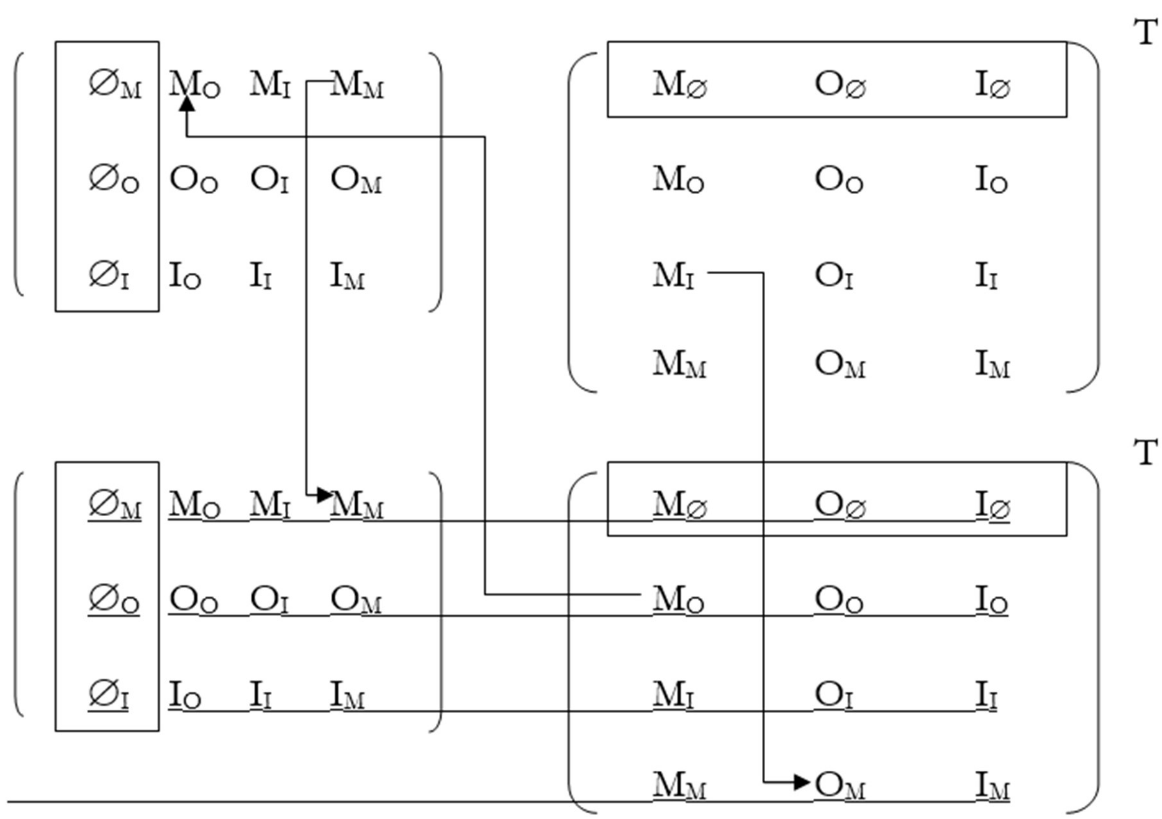
$A, B := (AB) = (A \rightarrow B)$

$\underline{A}, B := (\underline{A}B) \rightarrow (\underline{A} \rightarrow B)$

$\underline{\underline{A}}, \underline{B} := (\underline{\underline{A}}\underline{B}) \rightarrow (\underline{\underline{A}} \rightarrow \underline{B})$

$\underline{\underline{\underline{A}}}, \underline{\underline{B}} := (\underline{\underline{\underline{A}}}\underline{\underline{B}}) \rightarrow (\underline{\underline{A}} \rightarrow \underline{\underline{B}})$, usw.,

dann können wir sowohl die Domänen als auch die als Codomänen dienenden Spuren der Abbildungen den folgenden Spurenmatrizen entnehmen:



Hier sind nur einige Abbildungen der ersten zwei n-Spuren eingetragen, wo sich in den Transponierten die dualen realitätsthematischen Spuren finden, so dass man also nicht nur, wie in der obigen kleinen Tabelle, mit Zkln, sondern auch mit Rthn operieren kann.

$$\begin{pmatrix} \boxed{\varnothing_M} & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \boxed{M_\varnothing \quad O_\varnothing \quad I_\varnothing} \\ M_O \quad O_O \quad I_O \\ M_I \quad O_I \quad I_I \\ M_M \quad O_M \quad I_M \end{pmatrix}^T$$

$$\begin{pmatrix} \boxed{\varnothing_M} & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \boxed{M_\varnothing \quad O_\varnothing \quad I_\varnothing} \\ M_O \quad O_O \quad I_O \\ M_I \quad O_I \quad I_I \\ M_M \quad O_M \quad I_M \end{pmatrix}^T$$

Keine Probleme bieten formal also in Sonderheit Abbildungen von Spuren innerhalb derselben Matrix, bzw. zwischen einer Matrix und ihrer Transponierten, wo also die Domänen und Codomänenspuren verschiedenen Dualisationsrelationen angehören.

Bibliographie

Bénabou, Jean, Introduction to bicategories, part I". In: Reports of the Midwest Category Seminar, Lecture Notes in Mathematics 47, S. 1-77

Toth, Alfred, Übersicht über semotische n-Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische n-Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Links- und Rechtsadditionen von Nullzeichen

1. In Toth (2009a) wurde eine auf Toth (2008) basierende „Substanz-Reduktion" der Notation semiotischer Spuren vorgeschlagen, insofern die Codomänen von Spuren durch Pfeile ersetzt wurden. Im Gegensatz zu den Subzeichen, die „substanzfrei" die drei Pfeile →, ← und ↓ benötigen, genügen zur Darstellung „substanzfreier" Spuren die beiden ersten:

$\varnothing_M$	≡	$\varnothing\rightarrow$:	Bewegung vom Nullzeichen weg
$\varnothing_I$	≡	$\varnothing\leftarrow$:	Bewegung (von vorn) zum Nullzeichen hin
$M_\varnothing$	≡	**$\leftarrow\varnothing$:**	**Bewegung hinter das** Nullzeichen
$I_\varnothing$	≡	**$\rightarrow\varnothing$:**	**Bewegung (von hinten) zum Nullzeichen**
$\varnothing_O$	≡	$\rightarrow\varnothing\leftarrow$:	Bewegung (von vorn und von hinten) zum Nullzeichen
$O_\varnothing$	≡	$\leftarrow\varnothing\rightarrow$:	Bewegung (von beiden Seiten) vom Nullzeichen weg

2. Stellt man die einander dualen Nullzeichen, d.h. die Nullzeichen, die entweder als Domäne oder als Codomäne ∅ haben, einander gegenüber, ergibt sich:

$\varnothing_M$	$\varnothing\rightarrow$	$\leftarrow\varnothing$	$M_\varnothing$
$\varnothing_O$	$\rightarrow\varnothing\leftarrow$	$\leftarrow\varnothing\rightarrow$	$O_\varnothing$
$\varnothing_I$	$\varnothing\leftarrow$	$\rightarrow\varnothing$	$I_\varnothing$

Daraus ergeben sich im Anschluss an die kleine Arithmetik, die in Toth (2009b) präsentiert wurde, folgende Ergänzungen:

$$\varnothing_M + M_\varnothing = \varnothing\rightarrow | \leftarrow\varnothing \qquad M_\varnothing + \varnothing_M = \leftarrow\varnothing | \varnothing\rightarrow$$
$$\varnothing_M + O_\varnothing = \varnothing\rightarrow | \leftarrow\varnothing\rightarrow \qquad O_\varnothing + \varnothing_M = \leftarrow\varnothing\rightarrow | \varnothing\rightarrow$$
$$\varnothing_M + I_\varnothing = \varnothing\rightarrow | \rightarrow\varnothing \qquad I_\varnothing + \varnothing_M = \rightarrow\varnothing | \varnothing\rightarrow$$

$$
\begin{array}{lcllcl}
\varnothing_O + M_\varnothing & = & \rightarrow\varnothing\leftarrow \mid \leftarrow\varnothing & M_\varnothing + \varnothing_O & = & \leftarrow\varnothing \mid \rightarrow\varnothing\leftarrow \\
\varnothing_O + O_\varnothing & = & \rightarrow\varnothing\leftarrow \mid \leftarrow\varnothing\rightarrow & O_\varnothing + \varnothing_O & = & \leftarrow\varnothing\rightarrow \mid \rightarrow\varnothing\leftarrow \\
\varnothing_O + I_\varnothing & = & \rightarrow\varnothing\leftarrow \mid \rightarrow\varnothing & I_\varnothing + \varnothing_O & = & \rightarrow\varnothing \mid \rightarrow\varnothing\leftarrow
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcllcl}
\varnothing_I + M_\varnothing & = & \varnothing\leftarrow \mid \leftarrow\varnothing & M_\varnothing + \varnothing_I & = & \leftarrow\varnothing \mid \varnothing\leftarrow \\
\varnothing_I + O_\varnothing & = & \varnothing\leftarrow \mid \leftarrow\varnothing\rightarrow & O_\varnothing + \varnothing_I & = & \leftarrow\varnothing\rightarrow \mid \varnothing\leftarrow \\
\varnothing_I + I_\varnothing & = & \varnothing\leftarrow \mid \rightarrow\varnothing & I_\varnothing + \varnothing_I & = & \rightarrow\varnothing \mid \varnothing\leftarrow
\end{array}
$$

Dies sind also sämtliche mögliche Annäherungen an die das semiotische Nichts vertretenden Nullzeichen sowohl von den Zeichenklassenstrukturen (dem Subjektpol) als auch von den Realitätsthematikenstruktur (dem Objektpol) her. Die Abwesenheit von Zeichen ist damit abhängig von der Subjekt- und Objektposition.

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Auslöschung der semiotischen Substanz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Kategorien aus Objekten und Spuren aus Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

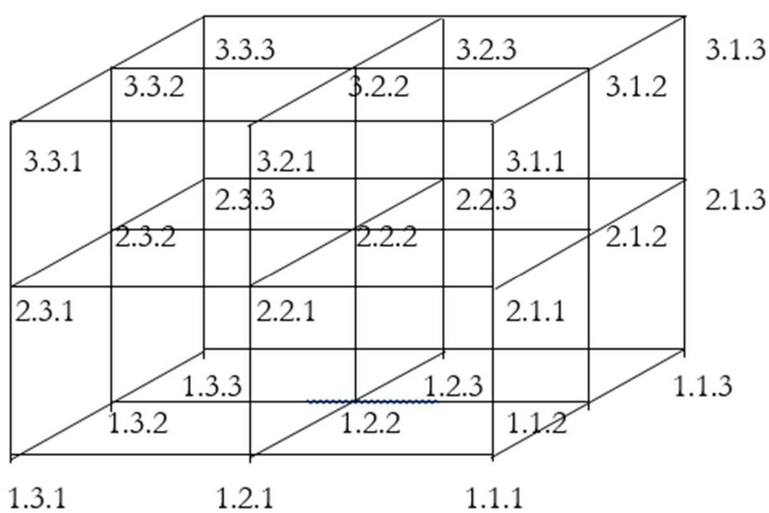
Toth, Alfred, Kleine Arithmetik der Zeichen- und Objektspuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen

1. Nach Hans Michael Stiebing (1978, S. 77) kann man einen dreidimensionalen semiotischen Raum als dreifaches kartesisches Produkt der Menge der Primzeichen PZ = {1, 2, 3} mit sich selbst definieren;

$$3\text{-sR} = \{1, 2, 3\}^3,$$

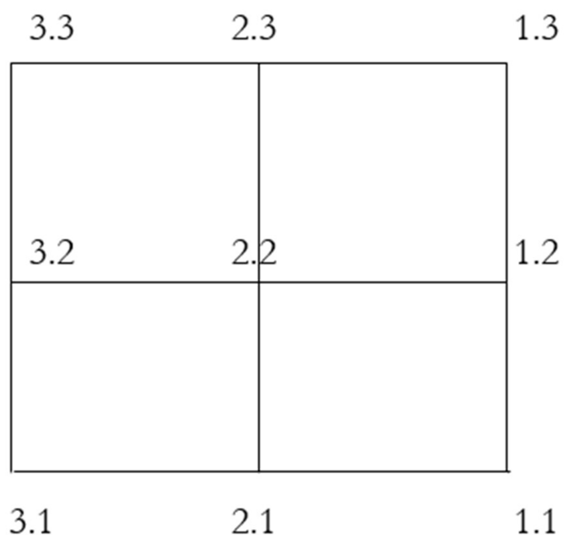
so dass also die Punkte des Kubus je durch ein Zahlentripel (x, y, z) mit x, y, z ∈ {1, 2, 3} gekennzeichnet sind:



Die Punkte dieses 3-stelligen Simplex sind also dreistellige Primzeichen der Form

3-PZ = (a.b.c) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3},

deren a-Wert jeweils die Dimension angibt, denn wir gehen aus von der folgenden zweidimensionalen Zeichenebene



und projizieren diese Ebene mit steigendem a = 1, a = 2 und a = 3 auf drei Dimensionen. Z.B. bedeutet also (1.2.1) ein eindimensionales Icon, (2.3.2) einen zweidimensionalen Dicent und (3.1.3) ein dreidimensionales Legizeichen. (1.1.3) unterscheidet sich also von (1.3) dadurch, dass (1.1.3) sich mit Subzeichen anderer Dimensionen zu einer dreidimensionalen Zeichenrelation kombinieren lässt, was für (1.3) nicht der Fall ist. Man geht daher am besten aus von der folgenden dreidimensionalen triadischen Zeichenrelation

3-ZR = (a.3.b c.2.d e.3.f) mit a, ..., f $\in$ {1, 2, 3},

wobei also der pro Partialrelation erste Wert, d.h. a, c, e die Dimension, die Werte 3, 2, 1 die triadischen Hauptwerte und b, e, f die trichotomischen Stellenwerte bezeichnet.

2. Wenn wir nun zuerst die Vorgänger- und Nachfolger der zweidimensionalen Primzeichen der Form (3.a), (2.b), (1.c) mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3} in der oben abgebildeten Zeichenebene bestimmen, bekommen wir (vgl. Toth 2008, S. 154):

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.2 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dl] \arrow[dr] & 1.3 \arrow[d] \arrow[dl] \\
2.1 \arrow[r] \arrow[d] & 2.2 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dl] \arrow[dr] & 2.3 \arrow[d] \arrow[dl] \\
3.1 \arrow[r] & 3.2 \arrow[r] & 3.3
\end{tikzcd}$$

V(1.1) = 0, N(1.1) = 3 V(2.1) = 2, N(2.1) = 3 V(3.1) = 2, N(3.1) = 1

V(1.2) = 3, N(1.2) = 4 V(2.2) = 4, N(2.2) = 4 V(3.2) = 3, N(3.2) = 1

V(1.3) = 3, N(1.3) = 2 V(2.3) = 3, N(2.3) = 2 V(3.3) = 3, N(3.3) = 0

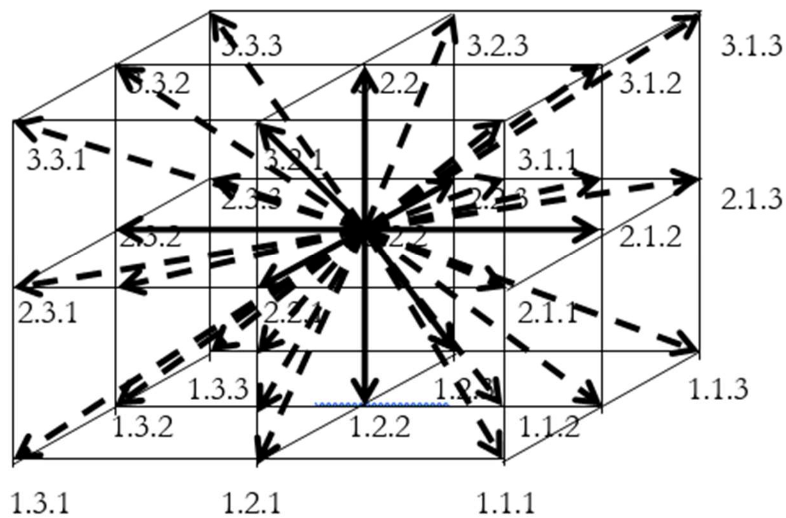
3. Ein beträchtlich komplizierteres System von Vorgängern und Nachfolgern ergibt sich bei dreidimensionalen Primzeichen. Abstrakt ausgedrückt kann ein Primzeichen die folgende maximale Menge von Nachfolgern (bzw., durch Vertauschung von + mit -, Vorgängern) haben:

Nmax(PZ) = Nmax(a.b.c)) = {(a+1.b.c), (a.b+1.c), (a.b.c+1), (a+2.b.c), (a.b+2.c), (a.b.c+2), (a+1.b+1.c), (a+1.b.c+1), (a.b+1.c+1), (a+1.b+2.c), (a+1.b.c+2), (a.b+2.c+2)}

Die minimale Menge von Nachfolgern (bzw. Vorgängern) ist danach

Nmin(PZ) = {(a+1.b.c) ∨ (a.b+1.c) ∨ (a.b.c+1)}

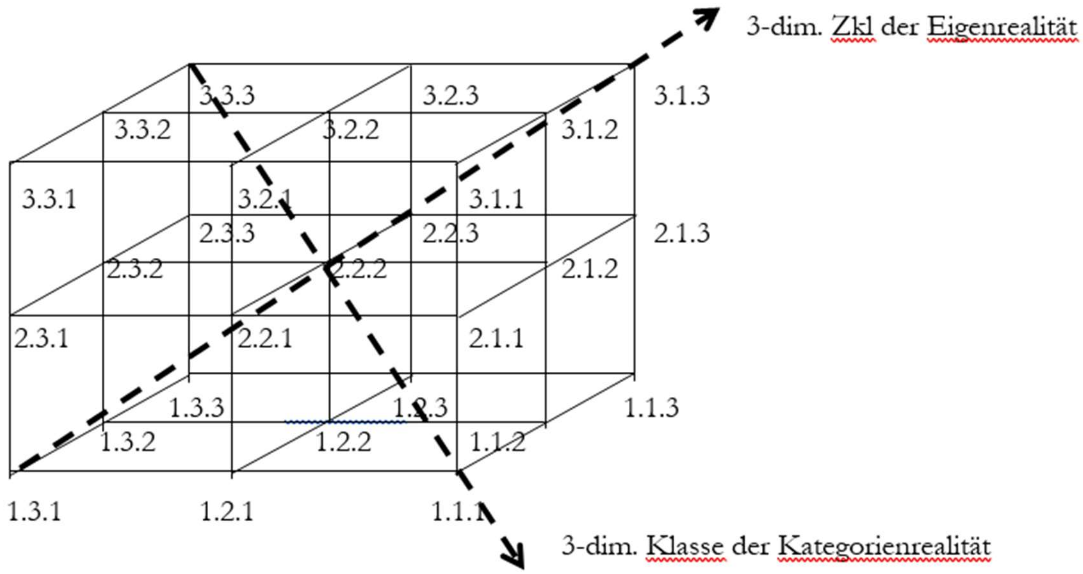
Nehmen wir als Beispiel die Anzahl der Vorgänger und Nachfolger von (2.2.2):



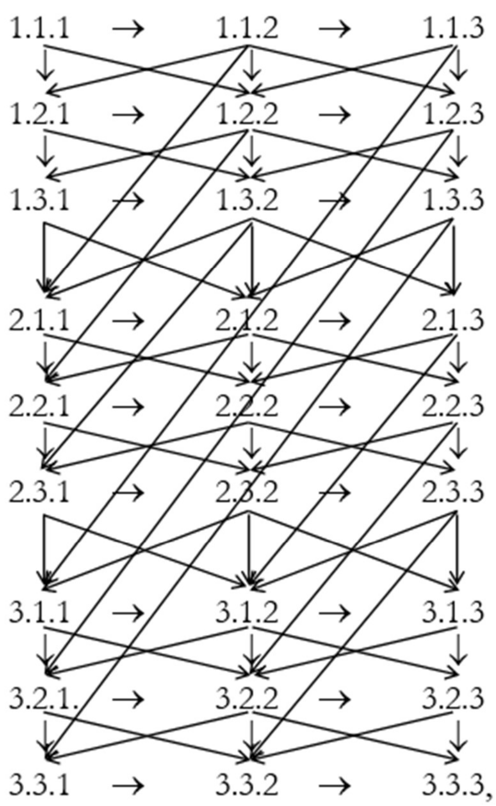
Wenn wir nur solche Nachfolger zulassen, welche durch Kanten mit (2.2.2) verbunden sind, hat (2.2.2) also die folgenden 6 Nachfolger:

N(2.2.2) = {(1.2.2), (3.2.2), (2.3.2), (2.1.2), (2.2.1.), (2.2.3)},

deren Kanten im Bild ausgezogen sind. Wenn wir aber auch solche Nachfolger zulassen, welche nicht direkt durch Kanten mit (2.2.2) verbunden sind, dann ist (2.2.2), da er der zentrale Gitterpunkt des Kubus ist, mit allen 27 Punkten verbunden. Dieses Verfahren lässt sich dadurch legitimieren, dass der zweidimensionale Index (2.2) ja der Schnittpunkt der beiden Diagonalen der Zeichenebene, d.h. der eigenrealen (3.1 2.2 1.3) und der kategorienrealen (3.3. 2.2 1.1) Zeichenklasse ist. Ensprechende Verhältnisse finden sich nun auch im dreidimensionalen Zeichenraum:



Wenn man den Kubus auf zwei Dimensionen zurückprojiziert, ergibt sich folgendes interessante System von Vorgängern und Nachfolgern:



wobei die hier zu Spalten linearisierten Folgen dreidimensionaler Primzeichen also sowohl die horizontalen wie die vertikalen Nachfolger (bzw. Vorgänger) des Zeichenkubus enthalten. Dreidimensionale Primzeichen haben also drei Haupttypen von Nachfolgern: 1. dimensionale Nachfolger, 2. triadische Nachfolger, 3. Trichotomische Nachfolger.

4. Nun sind, wie Bense (1975, S. 167; 1983, S. 192 ff.) gezeigt hatte, die drei ersten Peano-Zahlen isomorph zur Peirceschen Zeichenrelation, denn es gilt

$$PZ = (.1.) \rightarrow (.2.) \rightarrow (.3.)$$

bzw.

$$PZ = ((.1.) \rightarrow ((.2.) \rightarrow (.3.))),$$

oder

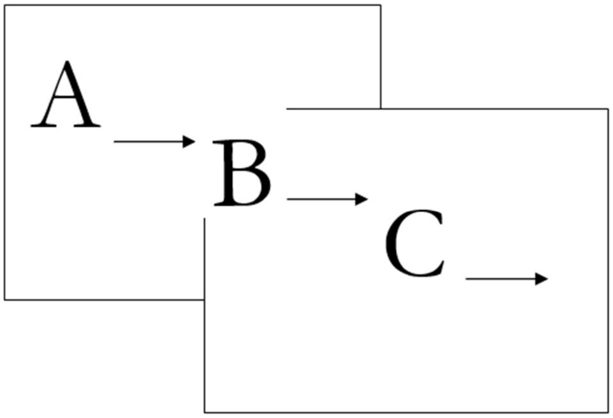
$$(|) \subset (||) \subset (|||),$$

sodass man hierauf die semiotische Spurentheorie anwenden kann (vgl. Toth 2009)

$$SPZ = 1_2 \rightarrow 2_3 \rightarrow 3_1 = (\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \beta\alpha) \text{ für die Semiotik bzw.}$$
$$SPZ = 1_2 \rightarrow 2_3 \rightarrow 3_4 \rightarrow 4_5 \rightarrow \ldots = (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow \alpha_3 \rightarrow \alpha_4 \rightarrow),$$

wobei PZ in der ersten Gleichung Primzeichen, in der zweiten Peano-Zahl bedeutet. Für Peano-Zahlen (und die Primzeichen als ihre Teilmenge) gilt also: Der Nachfolger (n+1) einer Spur n = AB→ besteht in der Vertauschung von Domäne und Codomäne von n.

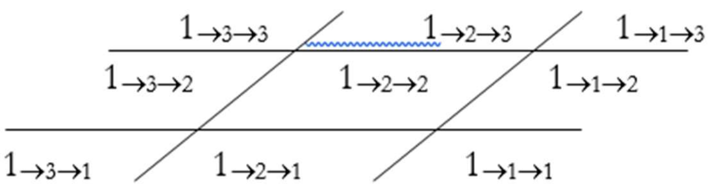
5. Wenn man nun 3-dimensionale Primzeichen benutzen will, braucht man Bi-Spuren, worunter Spuren verstanden seien, deren Codomänen wiederum Spuren sind. Die allgemeine Form von Bi-Spuren ist also



Eine Bi-Spur ist eine Spur einer Spur, so zwar, dass sowohl Domäne als auch Codomäne der Bi-Spur eine Spur sind, wobei die Codomäne von A die Domäne von B ist. Wenn wir aus technischen Gründen Bi-Spuren wie folgt schreiben

$A_{\to B \to C}$,

dann kann man die Grundlfläche des Stiebingschen Zeichenkubus wie folgt in Form von Bi-Spuren notieren



Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Kleine Arithmetik der Zeichen- und Objektspuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Zur spurentheoretischen Begründung der semiotischen Basistheorie

1. Die Semiotik kann mit Hilfe des Begriffs der Zahl, der Menge und der Kategorie begründet werden (vgl. Toth 2006, S. 11 ff.), als ganz genau wie alle übrigen Gebiete der Mathematik. Basierend auf den bisher veröffentlichten Arbeiten (vgl. z.B. Toth 2009a, b), sollen hier die spurentheoretischen Grundlagen der Semiotik zusammengefasst und ergänzt werden.

2. Spuren können entweder direkt aus den semiotischen Objekten, d.h. den Subzeichen, oder den sie substituierenden kategorietheoretischen Morphismen abgeleitet werden. Der Grund liegt in der von Bense immer wieder hervorgehobenen Doppelnatur der Subzeichen, einerseits statische „Momente", anderseits aber dynamische „Semiosen" zu sein (vgl. z.B. Bense 1975, S. 92). Der Unterschied zwischen semiotischen Kategorien und Spuren liegt allerdings, wie bereits öfters hervorgehoben, darin, dass Spuren wegen ihrer gerichteten Codomänen „gerichtete Objekte" sind, während Kategorien „gerichtete Abbildungen", d.h. „Pfeile" sind.

$(1.1) = id1 \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 1}$
$(1.2) = \alpha \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 2}$
$(1.3) = \beta\alpha \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 3}$
$(2.1) = \alpha° \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 1} = 1_{\leftarrow 2}$
$(2.2) = id2 \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 2}$
$(2.3) = \beta \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 3}$
$(3.1) = \alpha°\beta° \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 1} = 1_{\leftarrow 3}$
$(3.2) = \beta° \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 2} = 2_{\leftarrow 3}$
$(3.3) = id3 \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 3}$

Mit Hilfe dieser Entsprechungen können wir sog. Spurenmatrizen aufstellen:

$$\begin{pmatrix} \varnothing_{\to 1} & 1_{\to 1} & 1_{\to 2} & 1_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\to 2} & 2_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 3} & 1_{\to 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\to 3} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1_{\to \varnothing} & 2_{\to \varnothing} & 3_{\to \varnothing} \\ 1_{\to 1} & 2_{\to 1} & 3_{\to 1} \\ 1_{\to 2} & 2_{\to 2} & 3_{\to 2} \\ 1_{\to 3} & 2_{\to 3} & 3_{\to 3} \end{pmatrix}$$

3. Das System der Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich auf der Basis der Spurenmatrix als System von Zeichenspuren und Realitätsspuren konstruieren:

$$\begin{array}{lcl}
(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3) & \to & (3_{\to 1}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 1}) \times (1_{\to 1}\ 1_{\to 2}\ 1_{\to 3}) \\
(3.1\ 2.1\ 1.2) \times (2.1\ 1.2\ 1.3) & \to & (3_{\to 1}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 2}\ 1_{\to 3}) \\
(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3) & \to & (3_{\to 1}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 3}) \times (3_{\to 1}\ 1_{\to 2}\ 1_{\to 3}) \\
(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) & \to & (3_{\to 1}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3}) \\
(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3) & \to & (3_{\to 1}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3}) \times (3_{\to 1}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3}) \\
(3.1\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 1.3) & \to & (3_{\to 1}\ 2_{\to 3}\ 1_{\to 3}) \times (3_{\to 1}\ 2_{\leftarrow 3}\ 1_{\to 3}) \\
(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 2.3) & \to & (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 2_{\to 2}\ 2_{\to 3}) \\
(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 2.3) & \to & (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3}) \times (3_{\to 1}\ 2_{\to 2}\ 2_{\to 3}) \\
(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 2.3) & \to & (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 3}\ 1_{\to 3}) \times (3_{\to 1}\ 2_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 3}) \\
(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 3.3) & \to & (3_{\to 3}\ 2_{\to 3}\ 1_{\to 3}) \times (3_{\to 1}\ 2_{\leftarrow 3}\ 3_{\to 3})
\end{array}$$

4. Interessanter sieht die Verteilung von Domänen- und Codomänen-Werten bei den 6 Permutationen je Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik aus, vgl. z.B.

$$\begin{array}{l}
(1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\to 2}\ 1_{\to 3}) \\
(1_{\leftarrow 3}\ 1_{\to 3}\ 1_{\leftarrow 2}) \times (1_{\to 2}\ 1_{\leftarrow 3}\ 1_{\to 3}) \\
(1_{\leftarrow 2}\ 1_{\leftarrow 3}\ 1_{\to 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\to 3}\ 1_{\to 2}) \\
(1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 3}\ 1_{\leftarrow 3}) \times (1_{\to 3}\ 1_{\leftarrow 3}\ 1_{\to 2}) \\
(1_{\to 3}\ 1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}) \times (1_{\to 2}\ 1_{\to 3}\ 1_{\leftarrow 3}) \\
(1_{\to 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\leftarrow 3}) \times (1_{\to 3}\ 1_{\to 2}\ 1_{\leftarrow 3})
\end{array}$$

Zu den semiotischen Diamanten vgl. Toth (2008, S. 177 ff.).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Kategorien aus Objekten und Spuren aus Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Ein kategorietheoretisch-spurentheoretisches Semiosemodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

n-Spuren über austauschbaren Domänen und Codomänen

1. In Toth (2009a) hatten wir gezeigt, dass man, wenn man Domänen und Codomänen von 1-Objekten austauscht, 8 verschiedene Morphismen erhält:

1. $(A \rightarrow B)$	5. $(A \rightleftarrows B)$
2. $(A \leftarrow B)$	6. $(A \leftrightarrows B)$
3. $(B \rightarrow A)$	7. $(B \rightleftarrows A)$
4. $(B \leftarrow A)$	8. $(B \leftrightarrows A)$

Da man Morphismen in Spuren übersetzen kann (Toth 2009e), haben wir

1. $(A \rightarrow_{B})$	5. $(A \rightleftarrows_{B})$
2. $(A \leftarrow_{B})$	6. $(A \leftrightarrows_{B})$
3. $(B \rightarrow_{A})$	7. $(B \rightleftarrows_{A})$
4. $(B \leftarrow_{A})$	8. $(B \leftrightarrows_{A})$

Wir haben also z.B. für das Subzeichen (2.3)

1. $(2 \rightarrow_{3})$	9. $(2 \rightleftarrows_{3})$
2. $(2 \leftarrow_{3})$	10. $(2 \leftrightarrows_{3})$
3. $(3 \rightarrow_{2})$	11. $(3 \rightleftarrows_{2})$
4. $(3 \leftarrow_{2})$	12. $(3 \leftrightarrows_{2})$
5. $\times(2 \rightarrow_{3}) = (3 \rightarrow_{2})$	13. $\times(2 \rightleftarrows_{3}) = (3 \leftrightarrows_{2})$
6. $\times(2 \leftarrow_{3}) = (3 \leftarrow_{2})$	14. $\times(2 \leftrightarrows_{3}) = (3 \rightleftarrows_{2})$
7. $\times(3 \rightarrow_{2}) = (2 \rightarrow_{3})$	15. $\times(3 \rightleftarrows_{2}) = (2 \leftrightarrows_{3})$
8. $\times(3 \leftarrow_{2}) = (2 \leftarrow_{3})$	16. $\times(3 \leftrightarrows_{2}) = (2 \rightleftarrows_{3})$

Wenn man als Objekte die von Bense (1980) eingeführten Primzeichen setzt, dann erhält man z.B. für A = 1 und B = 2:

1. $(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}$
2. $(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}$
3. $(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$
4. $(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$
5. $(1 \rightleftarrows 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$
6. $(1 \leftrightarrows 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$
7. $(2 \rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$
8. $(2 \leftrightarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$
9. $\times(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$
10. $\times(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$
11. $\times(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\rightarrow}$
12. $\times(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\leftarrow}$
13. $\times(1 \rightleftarrows 2) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$
14. $\times(1 \leftrightarrows 2) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$
15. $\times(2 \rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$
16. $\times(2 \leftrightarrows 1) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$

Die Menge der Primzeichen PZ = (.1., .2., .3.) bilden also zusammen mit den Abbildungen und Kompositionen eine semiotische 1-Kategorie (vgl. Toth 2009a-d). Zum Nachweis, dass PZ auch eine semiotische 1-Spur bildet, genüge die folgende Tabelle:

1. $(1 {}_{\rightarrow 2}) \equiv \alpha^{\rightarrow}$
2. $(1 {}_{\leftarrow 2}) \equiv \alpha^{\leftarrow}$
3. $(2 {}_{\rightarrow 1}) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$
4. $(2 {}_{\leftarrow 1}) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$
5. $(1 {}_{\rightleftarrows 2}) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$
6. $(1 {}_{\leftrightarrows 2}) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$
7. $(2 {}_{\rightleftarrows 1}) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$
8. $(2 {}_{\leftrightarrows 1}) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$
9. $\times(1 {}_{\rightarrow 2}) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$
10. $\times(1 {}_{\leftarrow 2}) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$
11. $\times(2 {}_{\rightarrow 1}) \equiv \alpha^{\rightarrow}$
12. $\times(2 {}_{\leftarrow 1}) \equiv \alpha^{\leftarrow}$
13. $\times(1 {}_{\rightleftarrows 2}) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$
14. $\times(1 {}_{\leftrightarrows 2}) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$
15. $\times(2 {}_{\rightleftarrows 1}) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$
16. $\times(2 {}_{\leftrightarrows 1}) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$

2. Nun kann man in einem nächsten Schritt die Primzeichen auf Subzeichen, d.h. auf Relationen der Form (a.b) mit a $\in$ {1., 2., 3.} und b $\in$ {.1, .2, .3}, was nichts anderes ist als die Menge der kartesischen Produkte einer 3 × 3-Matrix, abbilden. Allgemein haben wir dann in der Form von Kategorien

1. $(A \rightarrow (AB)) \equiv \mathrm{id}\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$
2. $(B \rightarrow (AB)) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\ \mathrm{id}\beta^{\rightarrow}$
3. $(A \leftarrow (AB)) \equiv \mathrm{id}\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$
4. $(B \leftarrow (AB)) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\ \mathrm{id}\beta^{\leftarrow}$
5. $((AB) \rightarrow A) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\ \mathrm{id}\beta^{\leftarrow}$

9. $(A \rightleftarrows (AB)) \equiv \mathrm{id}\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}\ \mathrm{id}\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$
10. $(B \rightleftarrows (AB)) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\ \mathrm{id}\beta^{\rightarrow}\ \alpha^{\circ\leftarrow}\ \mathrm{id}\beta^{\leftarrow}$
11. $(A \leftrightarrows (AB)) \equiv \mathrm{id}\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow}\ \mathrm{id}\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$
12. $(B \leftrightarrows (AB)) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\ \mathrm{id}\beta^{\leftarrow}\ \alpha^{\circ\rightarrow}\ \mathrm{id}\beta^{\rightarrow}$
13. $((AB) \rightleftarrows A) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\ \mathrm{id}\beta^{\leftarrow}\ \alpha^{\circ\rightarrow}\ \mathrm{id}\beta^{\rightarrow}$

Der Vorteil dieses kategorialen Verfahrens ist, dass Subzeichen immer als kartesische Produkte ihrer Primzeichen behandelt werden und dass damit die Paradoxien der „klassischen“ semiotischen Kategorietheorie von Bense, Leopold usw. eliminiert werden können. Für diese galt nämlich z.B. (vgl. z.B. Leopold 1990)

$(.2) \rightarrow (.3) \equiv \beta$

$(1.2) \rightarrow (1.3) \equiv \beta$,

d.h. Subzeichen wurden nicht von Primzeichen unterschieden. Streng genommen verunmöglicht es dieses Verfahrens also, z.B. die Morphismen zwischen

$(1.2) \rightarrow (2.3)$

zu bestimmen. Das Verfahren

$(1.2) \rightarrow (2.3) = [[(1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 3)], [(2 \rightarrow 2), (2 \rightarrow 3)]] = [(\alpha, \beta\alpha), (\mathrm{id}2, \beta)]$

wurde erst in Toth (2008, S. 159 ff.) eingeführt. Ferner war es im „klassischen“ System unmöglich, zwischen Objekten und Morphismen streng zu unterscheiden, und dies ist ja gerade in der Semiotik wichtig, wo ein Subzeichen einerseits eine statische Entität, anderseits eine dynamische Semiose darstellt. Ein Subzeichen wie (2.3) ist aber nach Bense immer durch den Morphismus β zu beschreiben.

Dieselben Paradoxien vermeidet auch die Spurentheorie. Zum Aufweis der semiotischen Äquivalenz von Kategorien und Spuren und damit zur Existenz von 2-Spuren genüge wieder die folgende Tabelle:

1. $(A_{\rightarrow (AB)}) \equiv \mathrm{id}\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$	9. $(A_{\rightleftarrows (AB)}) \equiv \mathrm{id}\alpha^{\rightarrow}\alpha^{\rightarrow}\ \mathrm{id}\alpha^{\leftarrow}\alpha^{\leftarrow}$
2. $(B_{\rightarrow (AB)}) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\ \mathrm{id}\beta^{\rightarrow}$	10. $(B_{\rightleftarrows (AB)}) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\ \mathrm{id}\beta^{\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}\ \mathrm{id}\beta^{\leftarrow}$
3. $(A_{\leftarrow (AB)}) \equiv \mathrm{id}\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$	11. $(A_{\leftrightarrows (AB)}) \equiv \mathrm{id}\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow}\mathrm{id}\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$

3. So kann man nun weiterfahren und nach 1-Kategorien und 2-Kategorien auch höhere semiotischen Kategorien und ihnen entsprechend höhere n-Spuren bilden, z.B.

1-Kat.: {(PZ → PZ), (SZ → SZ), (ZKL/RTH → ZKL/RTH), ...}

2-Kat: {(PZ → SZ), (PZ → ZKL/RTH), (PZ → Trich. Tr.)}

3-Kat.: {(SZ → ZKL/RTH), (SZ → Tr.Tr.)}

4-Kat.: {(ZKL/RTH → Tr. Tr.)}

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Leopold, Cornelie, Kategorietheoretische Konzeption der Semiotik. In: Semiosis 57/58, 1990, S. 93-100

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Bikategorien I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Bikategorien II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Übersicht über semiotische n-Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Zeichenklassen, definiert über austauschbaren Domänen und Codomänen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Toth, Alfred, Zur spurentheoretischen Begründung der semiotischen Basistheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009e

Von Objekten zu Pfeilen und von Pfeilen zu Spuren

1. Bekannt ist die Aussage Saunders Mac Lanes, der Mitbegründers der Kategorietheorie, dass man diese auch „als Behandlung des Problems auffassen [könne], wie man ohne Elemente auskommen und statt ihrer Pfeile benutzen“ könne (1972, S. iii). Da die semiotischen Subzeichen zugleich entitätische Momente und dynamische Semiosen sind (vgl. Bense 1975, S. 92), also eine ähnliche Doppelnatur zeigen wie die Elektronen, kann man sie als Objekte im Sinne der Mengentheorie oder als Abbildungen im Sinne der Kategorietheorie beschreiben (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.). Die in Toth (2009a) eingeführten Spuren sind als „gerichtete Objekte“ zu verstehen, stehen also der Objektauffassung der Subzeichen und Zeichenklassen näher als die Morphismen der semiotischen Kategorien. In dem vorliegenden Aufsatz wird allerdings ein neues Verfahren gezeigt, wie man auch Spuren, obwohl sie ja gerade auf dem Objekbegriff, und das heisst, primär statisch, eingeführt worden sind, weitgehend von ihrer Substanz befreien und daher einem dynamischen Abbildungsbegriff annährern kann. Allerdings bestehen zwischen diesem erweiterten Spurbegriff und dem Begriff der kategoriellen Abbildung etwa so viele Gemeinsamkeiten wie Unterschiede, womit sie jedenfalls nicht gegenseitig ersetzbar sind.

2. In Toth (2009b) hatten wir gezeigt, dass man, wenn man Domänen und Codomänen von 1-Objekten austauscht, 2mal 8 verschiedene Morphismen erhält. Sei $x := (A \rightarrow B)$ mit $A = 1$ und $B = 2$, dann gilt:

1. $(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}$	9. $\times(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$
2. $(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}$	10. $\times(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$
3. $(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$	11. $\times(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\rightarrow}$
4. $(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$	12. $\times(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\leftarrow}$
5. $(1 \rightleftarrows 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$	13. $\times(1 \rightleftarrows 2) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$
6. $(1 \leftrightarrows 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$	14. $\times(1 \leftrightarrows 2) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$
7. $(2 \rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$	15. $\times(2 \rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$
8. $(2 \leftrightarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$	16. $\times(2 \leftrightarrows 1) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$

Wenn wir die Domänen der Spuren eliminieren, erhalten wir:

1. $(\rightarrow 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}$
2. $(\leftarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}$
3. $(\rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$
4. $(\leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$
5. $(\rightleftarrows 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$
6. $(\leftrightarrows 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$
7. $(\rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$
8. $(\leftrightarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$
9. $\times(\rightarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$
10. $\times(\leftarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$
11. $\times(\rightarrow 1) \equiv \alpha^{\rightarrow}$
12. $\times(\leftarrow 1) \equiv \alpha^{\leftarrow}$
13. $\times(\rightleftarrows 2) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$
14. $\times(\leftrightarrows 2) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$
15. $\times(\rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$
16. $\times(\leftrightarrows 1) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$

d.h. in der linken und in der rechten Spalte stehen gleiche 1-Spuren verschiedenen 1-Morphismen(kombinationen) gegenüber. Spuren sind daher weniger differenziert als Abbildungen.

2. Nun kann man in einem nächsten Schritt die Primzeichen auf Subzeichen, d.h. auf Relationen der Form (a.b) mit a $\in$ {1., 2., 3.} und b $\in$ {.1, .2, .3}, was nichts anderes ist als die Menge der kartesischen Produkte einer 3×3-Matrix, abbilden. Allgemein haben wir dann in der Form von Kategorien

1. $(A \rightarrow (AB)) \equiv id\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$
2. $(B \rightarrow (AB)) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}$
3. $(A \leftarrow (AB)) \equiv id\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$
4. $(B \leftarrow (AB)) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}$
5. $((AB) \rightarrow A) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}$
6. $((AB) \rightarrow B) \equiv \alpha^{\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}$
7. $((AB) \leftarrow A) \equiv id\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\circ\leftarrow}$
8. $((AB) \leftarrow B) \equiv \alpha^{\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}$
9. $(A \rightleftarrows (AB)) \equiv id\alpha^{\rightarrow}\alpha^{\rightarrow}\ id\alpha^{\leftarrow}\alpha^{\leftarrow}$
10. $(B \rightleftarrows (AB)) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}$
11. $(A \leftrightarrows (AB)) \equiv id\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow} id\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$
12. $(B \leftrightarrows (AB)) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}\ \alpha^{\circ\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}$
13. $((AB) \rightleftarrows A) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}\ \alpha^{\circ\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}$
14. $((AB) \rightleftarrows B) \equiv \alpha^{\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}\ \alpha^{\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}$
15. $((AB) \leftrightarrows A) \equiv id\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\circ\leftarrow} id\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\circ\rightarrow}$
16. $((AB) \leftrightarrows B) \equiv \alpha^{\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}\ \alpha^{\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}$

Damit ist die Existenz semiotischer 2-Kategorien (und 2-Morphismen) nachgewiesen. Der Nachweis semiotischer 2-Spuren erfolgt so:

$1. (\rightarrow_{(AB)}) \equiv id\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$

$2. (\rightarrow_{(AB)}) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}$

$3. (\leftarrow_{(AB)}) \equiv id\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$

$4. (\leftarrow_{(AB)}) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}$

$9. (\rightleftarrows_{(AB)}) \equiv id\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}\ id\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$

$10. (\rightleftarrows_{(AB)}) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}\ \alpha^{\circ\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}$

$11. (\leftrightarrows_{(AB)}) \equiv id\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow}\ id\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$

$12. (\leftrightarrows_{(AB)}) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}\ \alpha^{\circ\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}$

$5. (\rightarrow_{A}) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}$

$6. (\rightarrow_{B}) \equiv \alpha^{\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}$

$7. (\leftarrow_{A}) \equiv id\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\circ\leftarrow}$

$8. (\leftarrow_{B}) \equiv \alpha^{\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}$

$13. (\rightleftarrows_{A}) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}\ \alpha^{\circ\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}$

$14. (\rightleftarrows_{B}) \equiv \alpha^{\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}\ \alpha^{\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}$

$15. (\leftrightarrows_{A}) \equiv id\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\circ\leftarrow}\ id\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\circ\rightarrow}$

$16. (\leftrightarrows_{B}) \equiv \alpha^{\leftarrow}\ id\beta^{\leftarrow}\ \alpha^{\rightarrow}\ id\beta^{\rightarrow}$

Das Resultat ist erwartungsgemäss dasselbe wie in Abschnitt 1: Die Hälfte der so erzeugten Spuren ist redundant. Dasselbe gilt praemissis praemittendis, wenn wir zu 3-, 4-, ..., n-Spuren aufsteigen.

3. In einer mehr inhaltlichen Klassifikation haben wir also:

3.1. Zkln-Spuren neben Spuren-Zkln

$Zkl_{Sp} = (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$

$Sp_{Zkl} = (_{\rightarrow a}\ _{\rightarrow b}\ _{\rightarrow c}) \equiv (\rightarrow a_1\ \rightarrow b_2\ \rightarrow c_3)$

3.2. Rthn-Spuren neben Spuren-Rthn

$Rth_{Sp} = (1_{\leftarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow a})$

$Sp_{Rth} = (_{\leftarrow c}\ _{\leftarrow b}\ _{\leftarrow a}) \equiv (\leftarrow c_1\ \leftarrow b_2\ \leftarrow a_3)$

3.3. Zeichenobjekt-Spuren neben Objektzeichen-Spuren

$ZO_{Sp} = (<M, \mathcal{M}>_{\rightarrow a}, <O, \Omega>_{\rightarrow b}, <I, \mathcal{J}>_{\rightarrow c})$

$OZ_{sp} = (<\mathcal{M}, M>_{\rightarrow a}, <\Omega, O>_{\rightarrow b}, <\mathcal{J}, I>_{\rightarrow c})$

3.4. Spuren-Zeichenobjekte neben Spuren-Objektzeichen

$ZO_{Sp} = (\rightarrow a_{<M, \mathcal{M}>}, \rightarrow b_{<O, \Omega>}, \rightarrow c_{<I, \mathcal{J}>})$

$OZ_{sp} = (\rightarrow a_{<\mathcal{M}, M>}, \rightarrow b_{<\Omega, O>}, \rightarrow c_{<\mathcal{J}, I>})$

$$OR_{sp} = (\mathcal{M}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{J})$$
$$Sp_{OR} = (\rightarrow a, \rightarrow b, \rightarrow c) \equiv (\rightarrow a\ _{\mathcal{M}}, \rightarrow b\ _{\Omega}, \rightarrow c\ _{\mathcal{J}})$$

Um es einmal mehr zu betonen: Ein Zeichen ist keine Spur, und eine Spur ist kein Zeichen. In Sonderheit ist eine Spur auch kein Index, wie dies sowohl Eco als auch Bense angenommen haben. Eine Spur ist die Basis eines Rekonstruktes. Als solches ist sie primär ein Objekt und hat sekundär eine Verweisfunktion. Wohin sie verweist, ist jedoch offen: Neben

$$(\rightarrow a\ _{\mathcal{M}}, \rightarrow b\ _{\Omega}, \rightarrow c\ _{\mathcal{J}})$$

sind z.B. auch

$$(\rightarrow a\ _{\Omega}, \rightarrow b\ _{\mathcal{M}}, \rightarrow c\ _{\mathcal{J}})$$
$$(\rightarrow a\ _{\mathcal{J}}, \rightarrow b\ _{\mathcal{J}}, \rightarrow c\ _{\mathcal{J}})$$
$$(\rightarrow a\ _{\Omega}, \rightarrow b\ _{\Omega}, \rightarrow c\ _{\mathcal{M}}), \text{usw.}$$

denkbar. Damit haben die Spuren, obwohl sie nur die Hälfte der Differenzierungen zwischen Domänen und Codomänen der Morphismen abzudecken vermögen, eine enorm grössere Bewegungsfreiheit bei der Rekonstruktion von Zeichen, denn gerade weil sie nicht alle kategorietheoretischen Fälle abzudecken vermögen, können sie viel mehr mögliche Kombinationen eingehen als jene. Die Abbildung von Morphismen auf semiotische Objekte ist bijektiv; die Abbildung von Spuren auf semiotische Objekte ist injektiv.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Zur spurentheoretischen Begründung der semiotischen Basistheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, n-Spuren über austauschbaren Domänen und Codomänen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Nullzeichen in semiotischen Termen mit variablen Domänen und Codomänen sowie invertierbaren Abbildungen

1.1. Zeichenklassen der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c)
1.2. Realitätsthematiken der Form Rth = (c.1 b.2 a.3)
1.3. Zeichenklassen-Spuren der Form $Zkl_{Sp} = (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$
1.4. Realitätsthematiken-Spuren der Form $Rth_{Sp} = (1_{\rightarrow c}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$
1.5. Zeichenklassen-Spuren mit inversen Abbildungen der Form
$Zkl_{Sp} = (3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c}), (3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, usw.
1.6. Realitätsthematiken-Spuren mit inversen Abbildungen der Form
$Rth_{Sp} = (1_{\leftarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow a}), (1_{\rightarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$, usw.

2. Wie ebenfalls gezeigt, haben wir daneben folgende Spuren-Zeichen:

2.1. Spuren-Zeichenklassen der Form $Zkl_{Sp} = (\rightarrow a_3 \rightarrow b_2 \rightarrow c_1)$
2.2. Spuren-Realitätsthematiken der Form $Rth_{Sp} = (\rightarrow c_1 \rightarrow b_2 \rightarrow a_3)$
2.3. Spuren-Zeichenklassen mit inversen Abbildungen der Form
$Zkl_{Sp} = (\leftarrow a_3 \leftarrow b_2 \leftarrow c_1), (\leftarrow a_3 \rightarrow b_2 \leftarrow c_1)$, usw.
2.4. Spuren-Realitätsthematiken mit inversen Abbildungen der Form
$Rth_{Sp} = (\leftarrow c_1 \leftarrow b_2 \leftarrow a_3), (\rightarrow c_1 \leftarrow b_2 \rightarrow a_3)$, usw.

3. Nullzeichen wurden in Toth (2009a) einerseits in Zeichenklassen, d.h. in undualisierter Form als $\varnothing_{\rightarrow 1}$, $\varnothing_{\rightarrow 2}$, $\varnothing_{\rightarrow 3}$, anderseits in Realitätsthematiken, d.h. in dualisierte Form als $1_{\rightarrow \varnothing}$, $2_{\rightarrow \varnothing}$, $3_{\rightarrow \varnothing}$ eingeführt. Allerdings sind die Nullzeichen im letzteren Fall selber nicht indiziert, d.h. haben keine eigene Codomäne. Wenn man dem abhilft, d.h. $1_{\rightarrow \varnothing \rightarrow 1}$, $2_{\rightarrow \varnothing \rightarrow 2}$, $3_{\rightarrow \varnothing \rightarrow 3}$ einführt, bekommt man die in Toth (2009c) behandelten Bi-Spuren. Entsprechend kann man dann Bi-Spuren für sämtliche Spuren (1.1. bis 1.6. und 2.1. bis 2.4.) verallgemeinern.

4. Wir wollen nun Nullzeichen analog zu den Nicht-Null-Spuren einführen.

4.1. Zeichenklassen der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c ∅.d),
wobei hier zwischen partiellen und vollständigen zu unterscheiden ist:
(3.a 2.b ∅.c ∅.d), (3.a ∅.b ∅.c ∅.d), (∅.a ∅.b ∅.c ∅.d), und gemischte.

4.2. Realitätsthematiken der Form Rth = (c.1 b.2 a.3), d.h.
(d.∅ c.1 b.2 a.3), (d.∅ c.∅ b.2 a.3), (d.∅ c.∅ b.∅ a.3), (d.∅ c.∅ b.∅ a.∅), und gemischte, sowie mit/ohne Indizierung des Nullzeichens (vgl. 3.).

4.3. Zeichenklassen-Spuren der Form Zkl_{Sp} = ($3_{\rightarrow\varnothing}$ $2_{\rightarrow\varnothing}$ $1_{\rightarrow\varnothing}$), wobei hier die Nullzeichen indiziert oder nichtindiziert sein können (vgl. 3.). Ferner ($\varnothing_{\rightarrow I}$ $\varnothing_{\rightarrow O}$ $\varnothing_{\rightarrow M}$), sowie Kombinationen.

4.4. Realitätsthematiken-Spuren der Form Rth_{Sp} = ($1_{\rightarrow c}$ $2_{\rightarrow b}$ $3_{\rightarrow a}$). ($\varnothing_{\rightarrow c}$ $\varnothing_{\rightarrow b}$ $\varnothing_{\rightarrow a}$) oder ($1_{\rightarrow\varnothing}$ $2_{\rightarrow\varnothing}$ $3_{\rightarrow\varnothing}$), usw.

4.5. Zeichenklassen-Spuren mit inversen Abbildungen der Form
Zkl_{Sp} = ($3_{\leftarrow a}$ $2_{\leftarrow b}$ $1_{\leftarrow c}$), ($3_{\leftarrow a}$ $2_{\rightarrow b}$ $1_{\leftarrow c}$), usw. Entsprechend zu 4.1. bis 4.4.

4.6. Realitätsthematiken-Spuren mit inversen Abbildungen der Form
Rth_{Sp} = ($1_{\leftarrow c}$ $2_{\leftarrow b}$ $3_{\leftarrow a}$), ($1_{\rightarrow c}$ $2_{\leftarrow b}$ $3_{\rightarrow a}$), usw. Entsprechend zu 4.1. bis 4.4.

4.7. Spuren-Zeichenklassen der Form Zkl_{Sp} = ($\rightarrow\varnothing_3$ $\rightarrow\varnothing_2$ $\rightarrow\varnothing_1$)

4.8. Spuren-Realitätsthematiken der Form Rth_{Sp} = ($\rightarrow\varnothing_1$ $\rightarrow\varnothing_2$ $\rightarrow\varnothing_3$)

4.9. Spuren-Zeichenklassen mit inversen Abbildungen der Form
Zkl_{Sp} = ($\leftarrow\varnothing_3$ $\leftarrow\varnothing_2$ $\leftarrow\varnothing_1$), ($\leftarrow\varnothing_3$ $\rightarrow\varnothing_2$ $\leftarrow\varnothing_1$), usw.

4.10. Spuren-Realitätsthematiken mit inversen Abbildungen der Form
Rth_{Sp} = ($\leftarrow\varnothing_1$ $\leftarrow\varnothing_2$ $\leftarrow\varnothing_3$), ($\rightarrow\varnothing_1$ $\leftarrow\varnothing_2$ $\rightarrow\varnothing_3$), usw.

Zu 4.7.-4.10. stellt sich die generelle Frage nach der Indizierung von ∅ in Ausdrücken wie ($\rightarrow\varnothing_3$ $\rightarrow\varnothing_2$ $\rightarrow\varnothing_1$) oder ($\rightarrow\varnothing_1$ $\rightarrow\varnothing_2$ $\rightarrow\varnothing_3$), wo die folgenden Ausdrücke wegen den definitorisch fehlenden Domänen semiotisch äquivalent sind: ($\varnothing_{\rightarrow\varnothing 3}$, $\varnothing_{\rightarrow\varnothing 2}$, $\varnothing_{\rightarrow\varnothing 1}$), usw. Wenn man hier die Domänen indiziert, erhält man wiederum Bi-Spuren (vgl. 3.), hier allerdings von den Domänen und nicht von den Codomänen her, womit beide möglichen Fälle behandelt sind.

5. Dies sind alle möglichen Fälle von semiotischen Spurentypen mit und ohne Nullzeichen. Wie in Toth (2009b) gezeigt, kann man nicht nur Zeichen, sondern auch Objekte, d.h.

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$,

und damit auch die beiden Haupttypen semiotischer Objekte auf alle genannten Weisen spurentheoretisch einführen, d.h. Zeichenobjekte

$ZO = (\langle M, \mathcal{M} \rangle, \langle O, \Omega \rangle, \langle I, \mathcal{J} \rangle)$

und Objektzeichen

$OZ = (\langle \mathcal{M}, M \rangle, \langle \Omega, O \rangle, \langle \mathcal{J}, I \rangle)$

also z.B.

Spuren-Zeichenobjekte neben Spuren-Objektzeichen

$$ZO_{Sp} = (\rightarrow a_{\langle M, \mathcal{M} \rangle}, \rightarrow b_{\langle O, \Omega \rangle}, \rightarrow c_{\langle I, \mathcal{J} \rangle})$$
$$OZ_{sp} = (\rightarrow a_{\langle \mathcal{M}, M \rangle}, \rightarrow b_{\langle \Omega, O \rangle}, \rightarrow c_{\langle \mathcal{J}, I \rangle})$$

sowie Objekt-Spuren neben Spuren-Objekten

$$OR_{sp} = (\mathcal{M}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{J})$$
$$Sp_{OR} = (\rightarrow a, \rightarrow b, \rightarrow c) \equiv (\rightarrow a_{\mathcal{M}}, \rightarrow b_{\Omega}, \rightarrow c_{\mathcal{J}}).$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Von Objekten zu Pfeilen und von Pfeilen zu Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Spurentransformationsmatrizen

1. Der Begriff der Spurenmatrize wurde in Toth (2009) in die Semiotik eingeführt. Man beachte, dass jedes Subzeichen der Form

Sz = (a.b)

in Form der folgenden 4 Spuren notiert werden kann

$(a_{\rightarrow b}), (a_{\leftarrow b}), (b_{\rightarrow a}), (b_{\leftarrow a}),$

wobei die beiden letzteren die zu den beiden ersten dualen Spuren sind. Eine vollständige Übersicht über die Subzeichen und ihre Dualen liefern die Spurenmatrix und ihre Transponierte. Die je drei Nullzeichen, durch welche die Peirce Zeichenrelation in eine tetradisch-trichotomische Relation transformierbar ist, wurden hier blockartig abgetrennt:

$(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\rightarrow 1}) \times (1_{\rightarrow 1}\ 1_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$

$(3.1\ 2.1\ 1.2) \times (2.1\ 1.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (3_{\rightarrow 1}\ 1_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$

$(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$

2. Das System der Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich auf der Basis der Spurenmatrix als System von Zeichenspuren und Realitätsspuren konstruieren:

$(3.1\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3})$

$(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 2.3) \quad \rightarrow \quad (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 2_{\rightarrow 2}\ 2_{\rightarrow 3})$

$(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 2.3) \quad \rightarrow \quad (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 2_{\rightarrow 3})$

$(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 2.3) \quad \rightarrow \quad (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3})$

$(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 3.3) \quad \rightarrow \quad (3_{\rightarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 3_{\rightarrow 3})$

3. Da jede triadische Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik 3! = 6 Permutationen besitzt, kann man das ganze zeichen- und realitätstheoretische semiotische Permutationssystem in Form des folgenden allgemeinen Schemas von Transformationsmatrizen darstellen:

$$\begin{bmatrix} (3_{\to a}\ 2_{\to b}\ 1_{\to c}) \\ (3_{\to a}\ 2_{\to b}\ 1_{\to c}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (3_{\to a}\ 2_{\to b}\ 1_{\to c}) \\ (3_{\to a}\ 1_{\to c}\ 2_{\to b}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (3_{\to a}\ 2_{\to b}\ 1_{\to c}) \\ (2_{\to b}\ 3_{\to a}\ 1_{\to c}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (3_{\to a}\ 2_{\to b}\ 1_{\to c}) \\ (2_{\to b}\ 1_{\to c}\ 3_{\to a}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3_{\to a}\ 2_{\to b}\ 1_{\to c}) \\ (1_{\to c}\ 3_{\to a}\ 2_{\to b}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (3_{\to a}\ 2_{\to b}\ 1_{\to c}) \\ (1_{\to c}\ 2_{\to b}\ 3_{\to a}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (c_{\to 1}\ b_{\to 2}\ a_{\to 3}) \\ (c_{\to 1}\ b_{\to 2}\ a_{\to 3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (c_{\to 1}\ b_{\to 2}\ a_{\to 3}) \\ (b_{\to 2}\ c_{\to 1}\ a_{\to 3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (c_{\to 1}\ b_{\to 2}\ a_{\to 3}) \\ (c_{\to 1}\ a_{\to 3}\ b_{\to 2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (c_{\to 1}\ b_{\to 2}\ a_{\to 3}) \\ (a_{\to 3}\ c_{\to 1}\ b_{\to 2}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (c_{\to 1}\ b_{\to 2}\ a_{\to 3}) \\ (b_{\to 2}\ a_{\to 3}\ c_{\to 1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (c_{\to 1}\ b_{\to 2}\ a_{\to 3}) \\ (a.3\ b_{\to 2}\ c_{\to 3}) \end{bmatrix}$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische und physikalische Gesetze und deren Durchbrechung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Zeichen und Spuren

1. Ein Zeichen ist nach Bense (1967, S. 9) ein „Meta-Objekt", d.h. ein Etwas, das ein Objekt substituiert und dadurch repräsentiert. Nach Bense wird jedes Zeichen formal durch eine Zeichenklasse erfassbar, eine Isomorphieklasse über drei Relationen, welche formal durch drei „Subzeichen" ausgedrückt werden, von denen jedes eine eindeutige Thematisation besitzt, und zwar im Mittelbezug entweder (1.1), (1.2) oder (1.3), im Objektbezug entweder (2.1), (2.2) oder (2.3), und im Interpretantenbezug entweder (3.1), (3.2) oder (3.3). Durch die Eindeutigkeit der gewählten, bestimmten oder vorbestimmten Subzeichen ergibt sich jeweils kein Zweifel an der Repräsentationsfunktion einer Zeichenklasse in allen drei Zeichenbezügen, d.h. es handelt sich in jedem Falle um scharfe und nicht um unscharfe (fuzzy) Mengen bzw. Relationen. Noch anders ausgedrückt: Z.B. sind der iconische (2.1), der indexikalische (2.2) und der symbolische (2.3) Objektbezug diskrete Subklassen der Zeichenklassen, d.h. jedes Zeichen, das Element einer Zeichenklasse ist, gehört einem und nur einem Objektbezug an; dasselbe gilt praemissis praemittendis für den Mittel- und den Interpretantenbezug.

2. Wenn wir die Vorstellung einer diskreten relationalen Menge, genauer: einer Unterklasse einer Zeichenklasse, für die Subzeichen aufheben „fuzzyfizieren" wir sie in einem gewissen Sinne, insofern dann ein Zeichen innerhalb einer Zeichenklasse z.B. gleichzeitig mehreren Objektbezügen angehören kann, oder insofern einfach z.B. die Frage nach der Objektrelation eines Zeichens schwebend gehalten werden kann. Formal können wir dies tun, indem wir die statisch-dynamische Konzeption eines Subzeichens durch die dynamisch-statische Konzeption seiner Spur ersetzen. Eine Spur ist eine Möglichkeit eines Zeichens oder Subzeichens, d.h. die Möglichkeit eines Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezugs. Daher ist die Thematisation einer Spur im Gegensatz zu der eines Zeichens nie eindeutig, sondern hält stets eine vierfache Möglichkeit bereit. Es sei

Sz = (a.b)

ein Subzeichen. Dann kann seine Spur in den folgenden 4 allgemeinen Formen notiert werden:

$(a_{\rightarrow b}), (a_{\leftarrow b}), (b_{\rightarrow a}), (b_{\leftarrow a})$, wobei die beiden letzteren die zu den beiden ersten dualen Spuren sind. Eine vollständige Übersicht über die Spuren und ihre Dualen liefern die Spurenmatrix und ihre Transponierte. Die je drei Nullzeichen, durch welche die Peircesche Zeichenrelation in eine tetradisch-trichotomische Relation transformierbar ist, wurden hier blockartig abgetrennt:

$$\left(\begin{array}{c:ccc} \varnothing_{\to 1} & 1_{\to 1} & 1_{\to 2} & 1_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\to 2} & 2_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 3} & 1_{\leftarrow 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{ccc} 1_{\to\varnothing} & 2_{\to\varnothing} & 3_{\to\varnothing} \\ \hdashline 1_{\to 1} & 1_{\leftarrow 2} & 1_{\leftarrow 3} \\ 1_{\to 2} & 2_{\to 2} & 2_{\leftarrow 3} \\ 1_{\to 3} & 2_{\to 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right)^{\mathrm{T}}$$

3. Das System der Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich auf der Basis der Spurenmatrix als System von Zeichenspuren und Realitätsspuren konstruieren:

(3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3)	$\to$	$(1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 1}) \times (1_{\to 1}\ 1_{\to 2}\ 1_{\to 3})$
(3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3)	$\to$	$(1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 2}\ 1_{\to 3})$
(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3)	$\to$	$(1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 3}) \times (3_{\to 1}\ 1_{\to 2}\ 1_{\to 3})$
(3.1 2.2 1.2) × (2.1 2.2 1.3)	$\to$	$(1_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3})$
(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)	$\to$	$(1_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3})$
(3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3)	$\to$	$(1_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 3}\ 1_{\to 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 1_{\to 3})$
(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)	$\to$	$(2_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 2_{\to 2}\ 2_{\to 3})$
(3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3)	$\to$	$(2_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 2_{\to 3})$
(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3)	$\to$	$(2_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 3}\ 1_{\to 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 3})$
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3)	$\to$	$(3_{\to 3}\ 2_{\to 3}\ 1_{\to 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 3_{\to 3})$

Wie man erkennt, bleiben in der semiotischen Spurentheorie fundamentale Ergebnisse der Theoretischen Semiotik wie etwa die Eigenrealität der Zeichen $(1_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3})$ oder die „technische Realität" der Genuinen Kategorien $(3_{\to 3}\ 2_{\to 3}\ 1_{\to 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 3_{\to 3})$ erhalten (vgl. Bense 1992).

4. Wenn man von Spuren anstatt von diskreten Subzeichen ausgeht, ergibt sich die Notwendigkeit, das Nullzeichen zu benutzen, das allerdings auch ausserhalb des

Kontextes der Spurentheorie ganz zwanglos ergibt, wenn man aus der Menge des Peirceschen Zeichens

$ZR = \{M, O, I\}$

die Potenzmenge bildet

$\mathbb{P}ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{M, I\}, \{O, I\}, \{M, O, I\}, \varnothing\}$.

Sobald man einen Zeichenbezug fuzzyfiziert, ergibt sich ein (offenes oder geschlossenes) Intervall zwischen dem Nicht-Zustandekommen (∅) und dem Zustandekommen (ZR) des Zeichenbezugs bzw. Subzeichenbezugs. Anstatt aber das Zeichen von Anfang an als eine unscharfe Menge einzuführen, ist es wegen des auch in der Spur als „Redukt" des Subzeichens noch erhaltenen Doppelcharakters des Zeichens zweckdienlicher, dieses wie bisher seit Peirce zu definieren, dabei aber von der Potenzmenge auszugehen. Während die Subzeichen, wie gesagt, zugleich statische „Momente" und dynamische „Semiosen" sind (vgl. Bense 1975, S. 92), d.h. sowohl „Objekte" als auch „Abbildungen", handelt die von Bense eingeführte semiotische Kategorietheorie primär mit Abbildungen und sekundär mit Objekten. Die von mir eingeführte Spurentheorie dagegen handelt sozusagen primär mit Objekten und sekundär mit Abbildungen. Etwas intuitiver könnte man sagen: Eine semiotische Spur ist ein Objekt mit „Abbildungsstummel", also ein „gerichtetes Objekt".

5. Da man jedes Subzeichen als vierfaches gerichtetes Objekt, d.h. vierfache Spur schreiben kann, gilt dies natürlich auch für das Nullzeichen, das ja ebenfalls in seiner dualen Form auftritt, wie man anhand der obigen Transponierten der Spurenmatrix sehen kann. Da das Nullzeichen Teil jedes Zeichens ist, ergeben sich damit aber nicht nur 4, sondern 8 gerichtete Objekte pro Subzeichen. Wenn wir Sz = (a.b) = (3.1) setzen, haben wir z.B.

$$
\begin{array}{cc||c:c}
3_{\to 1} & 1_{\to 3} & \varnothing_{\to 1} & 1_{\to \varnothing} \\
3_{\leftarrow 1} & 1_{\leftarrow 3} & \varnothing_{\leftarrow 1} & 1_{\leftarrow \varnothing}
\end{array}
$$

Bei den 4 Spuren links vom dicken Trennstrich sind sowohl Domänen als auch Codomänen ≠ ∅. Auf der rechten Seite stehen links vom dünnen Trennstrich die beiden Fälle mit $D = \varnothing$, $C \neq \varnothing$, und rechts vom dünnen Trennstrich die beiden Fälle von $D \neq \varnothing$, $C = \varnothing$.

6. Allerdings ergibt sich folgendes Problem: Trotz ihrer gleichen Struktur mit den Fällen, wo $D \neq \varnothing$, $C \neq \varnothing$, sind von den vier Fällen

$\varnothing \rightarrow 1 \qquad 1 \rightarrow \varnothing$

$\varnothing \leftarrow 1 \qquad 1 \leftarrow \varnothing$

die beiden zur Rechten semiotisch unterspezifiert, denn nach der Spurenmatrix und ihrer Transponierten tritt ja das nicht-duale ebenso wie das duale Nullzeichen jeweils in dreifacher Gestalt auf. D.h., man würde, etwas entsprechend zu einem Term wie $3 \rightarrow 1$, Nullzeichen-Terme der folgenden Gestalt erwarten

$$1 \rightarrow \varnothing \quad \rightarrow \{(1 \rightarrow \varnothing_1), (1 \rightarrow \varnothing_2), (1 \rightarrow \varnothing_3)\}$$
$$2 \rightarrow \varnothing \quad \rightarrow \{(2 \rightarrow \varnothing_1), (2 \rightarrow \varnothing_2), (2 \rightarrow \varnothing_3)\}$$
$$3 \rightarrow \varnothing \quad \rightarrow \{(3 \rightarrow \varnothing_1), (3 \rightarrow \varnothing_2), (3 \rightarrow \varnothing_3)\}.$$

Das sind allerdings die in Toth (2009) eingeführten Bi-Spuren, also Spuren, deren Codomänen selbst Spuren sind, denn es ist ja

$$\{(a \rightarrow \varnothing_1), (b \rightarrow \varnothing_2), (c \rightarrow \varnothing_3)\} = \{(a \rightarrow \varnothing \rightarrow 1), (b \rightarrow \varnothing \rightarrow 2), (c \rightarrow \varnothing \rightarrow 3)\}.$$

Damit haben wir allerdings die Möglichkeit (bzw. die Pflicht?), auch die entsprechenden nicht-dualen Fälle zu spezifizieren:

$$\times\{(1 \rightarrow \varnothing_1), (1 \rightarrow \varnothing_2), (1 \rightarrow \varnothing_3)\} = \{(\varnothing_{1 \rightarrow 1}), (\varnothing_{2 \rightarrow 1}), (\varnothing_{3 \rightarrow 1})\}$$
$$\times\{(2 \rightarrow \varnothing_1), (2 \rightarrow \varnothing_2), (2 \rightarrow \varnothing_3)\} = \{(\varnothing_{1 \rightarrow 2}), (\varnothing_{2 \rightarrow 2}), (\varnothing_{3 \rightarrow 2})\}$$
$$\times\{(3 \rightarrow \varnothing_1), (3 \rightarrow \varnothing_2), (3 \rightarrow \varnothing_3)\}.= \{(\varnothing_{1 \rightarrow 3}), (\varnothing_{2 \rightarrow 3}), (\varnothing_{3 \rightarrow 3})\}.$$

7. Man kann sich damit fragen, ob es nicht sinnvoll ist, von Anfang an die spurentheoretische Semiotik auf Bi-Spuren anstatt auf einfachen Spuren zu begründen. In diesem Fall würden also die einzelnen Subzeichen und ihre (einzelnen) Kategorien bzw. Morphismen Bi-Spuren gegenüberstehen, man hätte also einen ähnlichen Fall wie seinerzeit in der reinen Mathematik, als Bénabou die Bi-Kategorien einführte (Bénabou

1967). Das Problem liegt aber darin, dass man dann für alle Spuren, bei denen entweder $D \neq \varnothing$ oder/und $C \neq \varnothing$, Terme bekäme wie den folgenden

$1_{1\rightarrow2}$,

was also einer doppelten Abbildung

$(1 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow 2)$

über je eine gemeinsame („homogene“) C/D entspräche. Das ist nun allerdings möglich, denn man kann alle Subzeichen (a.b) auf diese Weise analysieren:

$(1 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (1 \rightarrow 1)$

$(1 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow 2)$

$(1 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (1 \rightarrow 3)$

$(2 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (2 \rightarrow 1)$

$(2 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (2 \rightarrow 2)$

$(2 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (2 \rightarrow 3)$

$(3 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (3 \rightarrow 1)$

$(3 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (3 \rightarrow 2)$

$(3 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (3 \rightarrow 3)$,

indem man sie entsprechend ihrer Codomäne $C = b$ mit dem entsprechenden identitiven Morphismus (b.b) ($b \in \{1, 2, 3\}$) multipliziert. Weitere Untersuchungen sind dringend nötig.

Bibliographie

Bénabou, Jean, Introduction to bicategories, part I. In: Reports of the Midwest Category Seminar, Lecture Notes in Mathematics 47, 1967, S. 1-77

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Eine einheitliche Begründung der Semiotik auf der Basis von Bi-Spuren

1. Unter einer Spurenklasse verstehen wir eine Zeichenklasse, deren drei (monadische, dyadische und triadische) Bezüge referentiell „unscharf" sind. Wenn wir für referentielle Unschärfe das Zeichen ‹ einführen, können wir definieren:

Skl = ((3.a)‹ (2.b)‹ (1.c)‹) ,

wobei ein Ausdruck wie (a.b)‹ gleichbedeutend ist mit a.‹ und .b‹, d.h. die Unschärfe kann sich auf die triadischen ebenso wie auf die trichotomischen Bezüge beziehen. Für die Subzeichen gilt dann

(3.a) = {{3.1}‹, {3.2}‹, {3.3}‹}

(2.b) = {{2.1}‹, {2.2}‹, {2.3}‹}

(1.c) = {{1.1}‹, {1.2}‹, {1.3}‹},

d.h. wir können präziser definieren

Skl = {{3.a}, {2.b}, {1.c}}.

Damit sind allerdings die Bedingungen für eine Potenzmenge für

PZ = {1, 2, 3} (vgl. Bense 1980)

erfüllt, d.h. wir bekommen

$\mathbb{P}$PZ = {{1}, {2}, {3}, {1, 2}, {2, 3}, {1, 3}, {1, 2, 3}, ∅}.

Und hieraus ergibt sich

(∅.d) = {{∅.1}‹, {∅.2}‹, {∅.3}‹},

weshalb wir erneut redefinieren müssen

Skl = {({3.a}‹ {2.b}‹ {1.c}‹, {∅.d}‹} .

2. Man kann somit als Basis zur Konstruktion von Spurenklassen sowie ihren dualen Spurenthematiken die folgende Spurenmatrix sowie ihre Transponierte benutzen:

$$\left(\begin{array}{c|ccc} \varnothing_{\to 1} & 1_{\to 1} & 1_{\to 2} & 1_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\to 2} & 2_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 3} & 1_{\leftarrow 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{ccc} 1_{\to\varnothing} & 2_{\to\varnothing} & 3_{\to\varnothing} \\ \hline 1_{\to 1} & 1_{\leftarrow 2} & 1_{\leftarrow 3} \\ 1_{\to 2} & 2_{\to 2} & 2_{\leftarrow 3} \\ 1_{\to 3} & 2_{\to 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right)^{T}$$

Nun sind aber die beiden möglichen Fälle

$\varnothing_{\to 1}$
$\varnothing_{\leftarrow 1}$

ambig, denn sie haben zwei Interpretationen:

1. Ein unspezifiziertes Nullzeichen ∅ wird auf 1 ≡ M abgebildet.
2. $\varnothing_{\to 1} \to (\varnothing.1)$.

Ähnlich liegen die Fälle bei den Dualen:

$1_{\to\varnothing}$
$1_{\leftarrow\varnothing}$,

denn hier hat man die Wahl zwischen

1. Ein 1 ≡ M wird auf ein unspezifiziertes Nullzeichen ∅ abgebildet.
2. $1_{\to\varnothing} \to (1.\varnothing)$.

Zur Beseitigung der Ambiguitäten bei Nullzeichen (d.h. Zeichen, bei denen entweder $D = \varnothing$ oder $C = \varnothing$ oder beide $= \varnothing$ sind) kann man nun festsetzen (vgl. Toth 2009a):

$$1_{\to\varnothing} \quad \to \{(1_{\to\varnothing_1}), (1_{\to\varnothing_2}), (1_{\to\varnothing_3})\}$$
$$2_{\to\varnothing} \quad \to \{(2_{\to\varnothing_1}), (2_{\to\varnothing_2}), (2_{\to\varnothing_3})\}$$
$$3_{\to\varnothing} \quad \to \{(3_{\to\varnothing_1}), (3_{\to\varnothing_2}), (3_{\to\varnothing_3})\}.$$

mit

$\{(a \to \varnothing 1), (b \to \varnothing 2), (c \to \varnothing 3)\} = \{(a \to \varnothing \to 1), (b \to \varnothing \to 2), (c \to \varnothing \to 3)\}.$

sowie für die Dualen

$$\{(a_{\to\varnothing_1}), (b_{\to\varnothing_2}), (c_{\to\varnothing_3})\} = \{(a_{\to\varnothing\to 1}), (b_{\to\varnothing\to 2}), (c_{\to\varnothing\to 3})\}.$$

sowie für die Dualen

$$\times\{(1_{\to\varnothing_1}), (1_{\to\varnothing_2}), (1_{\to\varnothing_3})\} = \{(\varnothing_{1\to 1}), (\varnothing_{2\to 1}), (\varnothing_{3\to 1})\}$$
$$\times\{(2_{\to\varnothing_1}), (2_{\to\varnothing_2}), (2_{\to\varnothing_3})\} = \{(\varnothing_{1\to 2}), (\varnothing_{2\to 2}), (\varnothing_{3\to 2})\}$$
$$\times\{(3_{\to\varnothing_1}), (3_{\to\varnothing_2}), (3_{\to\varnothing_3})\}. = \{(\varnothing_{1\to 3}), (\varnothing_{2\to 3}), (\varnothing_{3\to 3})\}.$$

mit $\{(\varnothing_{1\to 3}), (\varnothing_{2\to 3}), (\varnothing_{3\to 3})\} = \{(\varnothing_{\to a\to 3}), (\varnothing_{\to a\to 3}), (\varnothing_{\to a\to 3})\}$.

3. Ausdrücke wie

$$\{(a_{\to\varnothing\to 1}), (b_{\to\varnothing\to 2}), (c_{\to\varnothing\to 3})\}$$

oder

$$\{(\varnothing_{\to a\to 3}), (\varnothing_{\to a\to 3}), (\varnothing_{\to a\to 3})\}$$

können nun nur dann als Spuren interpretiert werden, wenn es sich bei den Doppelabbildungen und homogene Kompositionen der abstrakten Gestalt

$(a \rightarrow b) \circ (b \rightarrow c) = (a \rightarrow c)$

handelt. Dieses Schema erlaubt uns nun aber, sämtliche Spuren und nicht nur diejenigen, bei denen entweder die Domäne, die Codomäne oder beide = ∅ sind, als Bi-Spuren einzuführen:

$(1 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (1 \rightarrow 1)$

$(1 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow 2)$

$(1 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (1 \rightarrow 3)$

$(2 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (2 \rightarrow 1)$

$(2 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (2 \rightarrow 2)$

$(2 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (2 \rightarrow 3)$

$(3 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (3 \rightarrow 1)$

$(3 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (3 \rightarrow 2)$

$(3 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (3 \rightarrow 3)$,

d.h. wir haben nun statt einfachen Spuren der Form

$a_{\rightarrow c}$

fortan solche der Form

$a_{b \rightarrow c}$,

wozu wir die entsprechenden Bi-Spuren-Matrizen bilden können:

$$\left(\begin{array}{c|ccc} \varnothing_{\to 1} & 1_{1\to 1} & 1_{1\to 2} & 1_{1\to 3} \\ \varnothing_{\to 2} & 1_{1\leftarrow 2} & 2_{2\to 2} & 2_{2\to 3} \\ \varnothing_{\to 3} & 1_{1\leftarrow 3} & 2_{2\leftarrow 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{ccc} 1_{\to\varnothing} & 2_{\to\varnothing} & 3_{\to\varnothing} \\ \hline 1_{1\to 1} & 1_{1\leftarrow 2} & 1_{1\leftarrow 3} \\ 1_{1\to 2} & 2_{\to 2} & 2_{2\leftarrow 3} \\ 1_{1\to 3} & 2_{\to 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right)^{T}$$

Man beachte also, dass für duale Subzeichen innerhalb der gleichen Matrizen (d.h. für die symmetrischen Paare) gilt:

$(2.1) = (2_{1\to 1}) = (1_{1\leftarrow 2})$
$(3.1) = (3_{1\to 1}) = (1_{1\leftarrow 3})$
$(3.2) = (3_{2\to 2}) = (2_{2\leftarrow 3})$.

Wenn man nun sowohl zwei- als auch drei-dimensionale Subzeichen (vgl. Toth 2009b) mit Hilfe von Bi-Spuren definiert, kann man den Unterschied auf die Homogenität bzw. Inhomogenität der entsprechenden Bi-Spuren zurückführen; vgl. z.B.

$(1_{1\to 2}) = (1 \to 1) \circ (1 \to 2) = (1 \to 2) = (1.2)$ $(= \alpha)$ [homogen: 2-dim. Sz]

aber

$(1_{2\to 3}) = (1 \to 2) \circ (2 \to 3) = (1.2.3)$ [inhomogen: 3-dim. Sz]

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III, 3 (1980), S. 287-294

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Objekte als Spuren

Wie Zeichen als Spuren behandelt werden können, wurde in Toth (2009) aufgezeigt. In der Praxis sind es aber doch wohl zur Hauptsache Objekte, die Spuren hinterlassen, was man etwa in Sebeoks Traktat über Charles Sanders Peirce und Sherlock Holmes nachlesen kann (vgl. Sebeok/Umiker Sebeok 1982). Wie in der folgenden Übersicht gezeigt wird, kann man Objekte mit Hilfe der semiotischen Spurentheorie auf 4 Arten darstellen: Als spurentheoretische Objekte, als bi-spurentheoretische Objekte, als reine Spuren, und als reine Bi-Spuren. Im folgenden gilt jeweils:

$\mathcal{M} = \{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_3, ..., \mathcal{M}_n\}$

$\Omega = \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n\}$

$\mathcal{J} = \{\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2, \mathcal{J}_3, ..., \mathcal{J}_n\}$

$a, b, c \in \{M, O, I\} / \{1, 2, 3\}$

$a, b, c \in \{M, O, I\} / \{1, 2, 3\}$

1. Objekte

$OR_{sp} = (\mathcal{M}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{J}_{\rightarrow c})$

$\text{Bi-}OR_{sp} = (\mathcal{M}_{a\rightarrow a}, \Omega_{b\rightarrow b}, \mathcal{J}_{c\rightarrow c})$

$Sp_{OR} = (\rightarrow a, \rightarrow b, \rightarrow c) \equiv (\rightarrow a_{\mathcal{M}}, \rightarrow b_{\Omega}, \rightarrow c_{\mathcal{J}})$

$\text{Bi-}Sp_{OR} = (\rightarrow a_{\mathcal{M}}, \rightarrow b_{\Omega}, \rightarrow c_{\mathcal{J}}) \equiv (a \rightarrow a_{\mathcal{M}}, b \rightarrow b_{\Omega}, c \rightarrow c_{\mathcal{J}})$

2. Semiotische Objekte

2.1. Zeichenobjekte

$ZO_{sp} = (<M_{\rightarrow a}, \mathcal{M}_{\rightarrow b}>, <O_{\rightarrow c}, \Omega_{\rightarrow d}>, <I_{\rightarrow e}, \mathcal{J}_{\rightarrow f}>) \equiv$

$\text{Bi-}Sp_{ZO} = (<M_{a\rightarrow a}, \mathcal{M}_{b\rightarrow b}>, <O_{c\rightarrow c}, \Omega_{d\rightarrow d}>, <I_{e\rightarrow e}, \mathcal{J}_{f\rightarrow f}>)$

$Sp_{ZO} = (\rightarrow a_{<M, \mathcal{M}>}, \rightarrow b_{<O, \Omega>}, \rightarrow c_{<I, \mathcal{J}>})$

$\text{Bi-}Sp_{ZO} = (a \rightarrow a_{<M, \mathcal{M}>}, b \rightarrow b_{<O, \Omega>}, c \rightarrow c_{<I, \mathcal{J}>})$

2.2. Objektzeichen

$$OZ_{sp} = (<\mathcal{M}_{\rightarrow a}, M_{\rightarrow b}>, <\Omega_{\rightarrow c}, O_{\rightarrow d}>, <\mathcal{I}_{\rightarrow e}, I_{\rightarrow f}>) \equiv$$

$$\text{Bi-Spoz} = (<\mathcal{M}_{a \rightarrow a}, M_{ab \rightarrow b}>, <\Omega_{c \rightarrow c}, O_{d \rightarrow d}>, <\mathcal{I}_{e \rightarrow e}, I_{f \rightarrow f}>)$$

$$\text{Spoz} = (\rightarrow a_{<\mathcal{M}, M>}, \rightarrow b_{<O, \Omega>}, \rightarrow c_{<\mathcal{I} I, >})$$

$$\text{Bi-Spoz} = (a \rightarrow a_{<\mathcal{M}, M>}, b \rightarrow b_{<O, \Omega>}, c \rightarrow c_{<\mathcal{I} I, >})$$

Bibliographie

Sebeok, Thomas A./Umiker Sebeok, Jean, Du kennst meine Methode. Frankfurt am Main 1982

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Schein und Sein

Und zu mir kam der Gott zum zweiten Male,
Vom Auge kaum durch grause Nacht erkannt.

Jakob van Hoddis (1987, S. 136)

1. Ein Objekt ist immer ein Objekt mit einer vorgegebenen Spur, denn nichts kann diese Welt spurlos verlassen, anderseits kann die Spur nicht im Nachhinein erworben werden (vgl. Toth 2009):

$$OR_{sp} = (\mathcal{M}_{\to a}, \Omega_{\to b}, \mathcal{J}_{\to c})$$

Entsprechend kann ein Objekt bei einer Semiose entweder von seinem Sein selbst oder von der Spur seines Seins, das wir Schein nennen wollen, zum Zeichen gemacht werden:

$$(1) \quad OR \to ZR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}) \to (M(\mathcal{M}), O(\Omega), I(\mathcal{J})) \searrow (M, O, I)$$

$$(2) \quad Sp(OR) \to ZR = (\to a, \to b, \to c) \to (M(a), O(b), I(c)) \nearrow (M, O, I)$$

2. Der Objekt-Schein ist damit der empirische Schein, den wir auch durch

Schein = $(\varnothing_{\mathcal{M}}, \varnothing_{\Omega}, \varnothing_{\mathcal{J}}) = (\to a, \to b, \to c)$, mit $a, b, c \in \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}\}$ bzw. $\{1, 2, 3\}$

bestimmen können. Damit können wir nun auch die Feststellung, dass jedem Objekt sein empirischer Schein innewohne, durch

$$(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}) \supset (\varnothing_{\mathcal{M}}, \varnothing_{\Omega}, \varnothing_{\mathcal{J}})$$

ausdrücken. Die Inklusionsrelation ist wahr qua $(\to a, \to b, \to c) \subset (\mathcal{M}_{\to a}, \Omega_{\to b}, \mathcal{J}_{\to c})$.

3. Wir haben allerdings zum Objekt-Schein auch den formal durch Dualisation sowie mechanisch durch Transposition der Objektmatrix zugänglichen Subjekt-Schein

$$\times(\varnothing_{\mathcal{M}}, \varnothing_{\Omega}, \varnothing_{\mathcal{I}}) = (\mathcal{M}_{\varnothing}, \Omega_{\varnothing}, \mathcal{I}_{\varnothing})$$

$$\left(\begin{array}{c:ccc} \varnothing_{\to 1} & 1_{\to 1} & 1_{\to 2} & 1_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\to 2} & 2_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 3} & 1_{\leftarrow 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{ccc} 1_{\to\varnothing} & 2_{\to\varnothing} & 3_{\to\varnothing} \\ \hdashline 1_{\to 1} & 1_{\leftarrow 2} & 1_{\leftarrow 3} \\ 1_{\to 2} & 2_{\to 2} & 2_{\leftarrow 3} \\ 1_{\to 3} & 2_{\to 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right)^{T}$$

Für diesen gilt nun im Gegensatz zum empirischen Objektschein

$$(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}) \subset (\mathcal{M}_{\varnothing}, \Omega_{\varnothing}, \mathcal{I}_{\varnothing})$$

Diese Inklusionsrelation ist wahr qua $(\to\varnothing, \to\varnothing, \to\varnothing) \subset (\mathcal{M}_{\to\varnothing}, \Omega_{\to\varnothing}, \mathcal{I}_{\to\varnothing})$. Zusammen bekommen wir

$$(\varnothing_{\mathcal{M}}, \varnothing_{\Omega}, \varnothing_{\mathcal{I}}) \subset (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}) \subset (\mathcal{M}_{\varnothing}, \Omega_{\varnothing}, \mathcal{I}_{\varnothing}),$$

und wir nennen den dem objektiv-empirischen Schein $(\varnothing_{\mathcal{M}}, \varnothing_{\Omega}, \varnothing_{\mathcal{I}})$ gegenüber stehenden subjektiven Schein $(\mathcal{M}_{\varnothing}, \Omega_{\varnothing}, \mathcal{I}_{\varnothing})$ den transzendentalen Schein. Wie man sieht, werden Objekt in einer linearen Inklusionsrelation an ihrem „unteren Ende" durch den empirischen und an ihrem „oberen Ende" durch den transzendentalen Schein begrenzt bzw. „eingerahmt".

Bibliographie

van Hoddis, Jakob, Dichtungen und Briefe. Hrsg. von Regina Nörtemann. Zürich 1987

Toth, Alfred, Objekte als Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Imitate und Generika

1. Diese kurze Übersicht dient, neben dem Beibringen von zwei neuen semiotischen Objekten, vor allem den Nachweis, dass mit Hilfe der in Toth (2009) eingeführten semiotischen Spurentheorie verfeinerte Klassifikationen möglich sind.

2. Wie bekannt, wird semiotisch ein Zeichenobjekt durch

$$ZO = (\langle M, \mathcal{M}\rangle, \langle O, \Omega\rangle, \langle I, \mathcal{I}\rangle)$$

und ein Objektzeichen durch

$$OZ = (\langle \mathcal{M}, M\rangle, \langle \Omega, O\rangle, \langle \mathcal{I}, I\rangle)$$

relational definiert. Ein Zeichenobjekt wird demnach verstanden als ein semiotisches Objekt (vgl. Walther 1979, S. 122 ff.), bei dem der Zeichenanteil über den Objektanteil dominiert. Beispiele sind sämtliche Markenprodukte. Z.B. sind ein Mercedes, ein Ford, ein Trabi nicht miteinander austauschbar, obwohl sie von ihren Objektanteilen her alle Autos sind. Demgegenüber ist ein Objektzeichen ein semiotisches Objekt, bei dem der Objektanteil über den Zeichenanteil dominiert. Beispiele sind Prothesen. Obwohl etwa eine Beinprothese eine iconische, d.h. zeichenhafte Nachbildung eines realen Beines ist und dabei kunstvoll bis in Details verwirklicht sein kann, ist dies gegenüber den Objekteigenschaften, nämlich dem realen Bein-Substitut, sekundär.

3. Aus der semiotischen Spurentheorie folgt, dass man bei semiotischen Objekten die nicht-dominierenden Anteile, d.h. den Objektanteil bei Zeichenobjekten, und den Zeichenanteil bei Objektzeichen, zu Spuren reduzieren und insofern zu verfeinerten Klassifikationen kommen kann

3.1. Im Falle von ZO erhalten wir

$$Z_O = (\langle M_{\rightarrow m}\rangle, \langle O_{\rightarrow \Omega}\rangle, \langle I_{\rightarrow \mathcal{I}}\rangle),$$

d.h. ein semiotisches Objekt mit Objektspur. Hierunter kann man die relationale Definition von Generika verstehen, wounter man objektgleiche Kopien von Markenproduktes, also Zeichenobjekten, versteht.

3.2. Im Falle von OZ erhalten wir

$O_Z = (<\mathcal{M}_{\rightarrow M}>, <\Omega_{\rightarrow O}>, <\mathcal{I}_{\rightarrow I}>)$,

d.h. ein semiotisches Objekt mit Zeichenspur. Hierunter gehören wohl sämtliche Fälschungen, die sich also von Prothesen dadurch unterscheiden, dass sie nicht-deklarierte Objekts-Substitute, d.h. nicht-offizielle Imitate sind. Während man also z.B. eine „Copantiqua", d.h. eine in Auftrag gegebene und so dekla-rierte Imitation eines Stilmöbels ein Objektzeichen, d.h. als „Prothese" eines realen Stilmöbels, versteht, besitzt eine nicht-deklarierte und heimlich angefertigte Fälschung einen reduzierten Zeichen- gegenüber dem Objektanteil.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Eigenrealität in der semiotischen Spurentheorie

1. In Toth (2009) hatten, wir ausgehend von der semiotischen Spurenmatrix und ihrer Transponierten,

$$\left(\begin{array}{c|ccc} \varnothing_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow 2} & 1_{\rightarrow 3} \\ \varnothing_{\rightarrow 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\rightarrow 2} & 2_{\rightarrow 3} \\ \varnothing_{\rightarrow 3} & 1_{\leftarrow 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\rightarrow 3} \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{ccc} 1_{\rightarrow \varnothing} & 2_{\rightarrow \varnothing} & 3_{\rightarrow \varnothing} \\ \hline 1_{\rightarrow 1} & 1_{\leftarrow 2} & 1_{\leftarrow 3} \\ 1_{\rightarrow 2} & 2_{\rightarrow 2} & 2_{\leftarrow 3} \\ 1_{\rightarrow 3} & 2_{\rightarrow 3} & 3_{\rightarrow 3} \end{array}\right)^{T}$$

festgestellt, dass auch bei der Reduktion der Subzeichen auf Spuren Eigenrealität sowie Kategorienrealität (von Bense 1992, S. 40 auch als „Eigenrealität schwächerer Repräsentation" bezeichnet) erhalten bleiben.

2. In Wahrheit ist es jedoch sogar so, dass, bedingt durch die grössere Allgemeinheit von Spuren, wir ein stärker differenziertes Bild von Eigen- und Kategorienrealität erhalten, und zwar auf der Ebene der Zeichen, der Objekte sowie der semiotischen Objekte.

2.1. Zeichen

$ZR_{sp} = (1_{\rightarrow 3}, 2_{\rightarrow 2}, 3_{\rightarrow 3})$

$Bi\text{-}ZR_{sp} = (1_{3 \rightarrow 3}, 2_{2 \rightarrow 2}, 3_{3 \rightarrow 3})$

$Sp_{ZR} = ({}_{\rightarrow 3}, {}_{\rightarrow 2}, {}_{\rightarrow 3}) \equiv (\rightarrow 1_3, \rightarrow 2_2, \rightarrow 3_3)$

$Bi\text{-}Sp_{ZR} = (\rightarrow 1_3, \rightarrow 2_2, \rightarrow 3_3) \equiv (1 \rightarrow 1_3, 2 \rightarrow 2_2, 3 \rightarrow 3_3)$

2.2. Objekte

$OR_{sp} = (1_{\rightarrow 3}, 2_{\rightarrow 2}, 3_{\rightarrow 3})$

$Bi\text{-}OR_{sp} = (1_{3 \rightarrow 3}, 2_{2 \rightarrow 2}, 3_{3 \rightarrow 3})$

$Sp_{OR} = (\rightarrow 1, \rightarrow 2, \rightarrow 3) \equiv (\rightarrow 1\ _3, \rightarrow 2\ _2, \rightarrow 3\ _3)$

$Bi\text{-}Sp_{OR} = (\rightarrow 1\ _3, \rightarrow 2\ _2, \rightarrow 3\ _3) \equiv (1 \rightarrow 1\ _3, 2 \rightarrow 2\ _2, 3 \rightarrow 3\ _3)$

2.3 Semiotische Objekte

2.3.1. Zeichenobjekte

$ZO_{sp} = (<1_{\rightarrow 3}, 1_{\rightarrow 3}>, <2_{\rightarrow 2}, 2_{\rightarrow 2}>, <3_{\rightarrow 3}, 3_{\rightarrow 3}>) \equiv$

$Bi\text{-}Sp_{ZO} = (<1_{3 \rightarrow 3}, 1_{3 \rightarrow 3}>, <2_{2 \rightarrow 2}, 2_{2 \rightarrow 2}>, <3_{3 \rightarrow 3}, 3_{3 \rightarrow 3}>)$

$Sp_{ZO} = (\rightarrow 1_{<3, 3>}, \rightarrow 2_{<2, 2>}, \rightarrow 3_{<3\ 3>})$

$Bi\text{-}Sp_{ZO} = (1 \rightarrow 1_{<3\ 3>}, 2 \rightarrow 2_{<2, 2>}, 3 \rightarrow 3_{<3, 3})$

2.3.2. Objektzeichen

$OZ_{sp} = (<1_{\rightarrow 3}, 1_{\rightarrow 3}>, <2_{\rightarrow 2}, 2_{\rightarrow 2}>, <3_3, 3_{\rightarrow 3}>) \equiv$

$Bi\text{-}Sp_{OZ} = (<1_{3 \rightarrow 3}, 1_{3 \rightarrow 3}>, <2_{2 \rightarrow 2}, 2_{2 \rightarrow 2}>, <3_{3 \rightarrow 3}, 3_{3 \rightarrow 3}>)$

$Sp_{OZ} = (\rightarrow 1_{<3, 3>}, \rightarrow 2_{<2,2>}, \rightarrow 3_{<3,3>})$

$Bi\text{-}Sp_{OZ} = (1 \rightarrow 1_{<3, 3>}, 2 \rightarrow 2_{<2,2>}, 3 \rightarrow 3_{<3, 3>})$

3. Da die Kategorienrealität keine Binnensymmetrie kennt, besteht jedes der drei Paare einer triadischen Relationen aus gleichen Spuren, wobei über die Ordnung der triadischen Hauptwerte (degenerativ wie bei regulären Zeichenklassen oder nicht) keine Einigkeit besteht.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Verschachtelte Spuren

1. In Toth (2008b) hatten wir die relations- und ordnungtheoretischen Voraussetzungen gegeben, welche aus der Konzeption des Zeichens als „Relation über Relation“ bzw. als „verschachtelter Relation“ folgen (Bense 1979, S: 53, S. 67):

$ZR = (M, O, I) = ((M), (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)),$

d.h. die triadische Zeichenrelation ist eine Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation.

2. Wesentlich komplexer werden die Fälle allerdings, falls man von den 6 möglichen Permutationen der Peirceschen Zeichenrelation ausgeht (vgl. Toth 2008a, S. 177 ff.). Wir haben dann

$ZR1 = (M, O, I) = ((M), (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$

$ZR2 = (M, I, O) = ((M), (M \rightarrow O \rightarrow I), (M \rightarrow O))$

$ZR3 = (O, I M) = ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I), (M))$

$ZR4 = (O, M, I) = ((M \rightarrow O), (M), (M \rightarrow O \rightarrow I))$

$ZR5 = (I, O, M) = ((M \rightarrow O \rightarrow I), (M \rightarrow O), (M))$

$ZR6 = (I, M, O) = ((M \rightarrow O \rightarrow I), (M), (M \rightarrow O))$

Hier sind also pro Relation mindestens eine grössere in einer kleineren Partialrelation eingeschlossen.

3. Stellen wir die bisherigen Ergenisse mit Hilfe der semiotischen Spurentheorie dar (vgl. Toth 2009), so haben wir als Entsprechung für ZR

$SpR = (\varnothing \rightarrow 1. \rightarrow 2. \rightarrow 3) = ((((\varnothing \rightarrow 1) \rightarrow 2.) \rightarrow 3))$

und im Falle der 6 Permutationen:

$$ZR1 = (M, O, I) = ((\varnothing \to 1), ((\varnothing \to 1) \to 2.), ((((\varnothing \to 1) \to 2.) \to 3)))$$
$$ZR2 = (M, I, O) = ((\varnothing \to 1), ((((\varnothing \to 1) \to 2.) \to 3)), ((\varnothing \to 1) \to 2))$$
$$ZR3 = (O, I\ M) = (((\varnothing \to 1) \to 2), ((((\varnothing \to 1) \to 2) \to 3)), (\varnothing \to 1))$$

$$ZR4 = (O, M, I) = (((\varnothing \to 1) \to 2), (\varnothing \to 1), ((((\varnothing \to 1) \to 2) \to 3)))$$
$$ZR5 = (I, O, M) = (((((\varnothing \to 1) \to 2) \to 3)), ((\varnothing \to 1) \to 2), (\varnothing \to 1))$$
$$ZR6 = (I, M, O) = ((M \to O \to I), (\varnothing \to 1), ((\varnothing \to 1) \to 2)))$$

4. Wenn wir zur Darstellung der Pseudo-Inklusionen relationale Diagramme verwenden, können wir die Fälle, wo grössere in kleineren Relationen inkludiert sind, mit den Überkreuzungen der Linien beschreiben:

$$ZR1 = (M, O, I) = \quad ((\varnothing \to_1), ((\varnothing \to_1) \to_2), ((((\varnothing \to_1) \to_2) \to_3)))$$

$$ZR2 = (M, I, O) = \quad ((\varnothing \to_1), ((((\varnothing \to_1) \to_2) \to_3)), ((\varnothing \to_1) \to_2))$$

$$ZR3 = (O, I\ M) = \quad (((\varnothing \to_1) \to_2), ((((\varnothing \to_1) \to_2) \to_3)), (\varnothing \to_1))$$

$$ZR4 = (O, M, I) = \quad (((\varnothing \to_1) \to_2), (\varnothing \to_1), ((((\varnothing \to_1) \to_2) \to_3)))$$

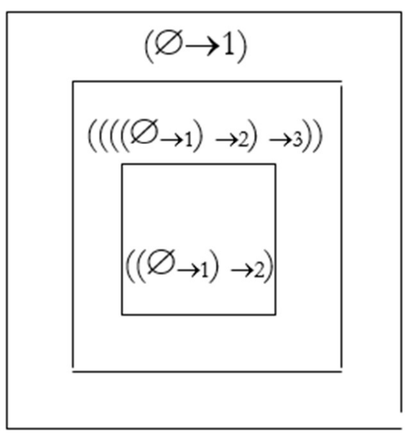
$ZR5 = (I, O, M) = \quad (((((\varnothing \to 1) \to 2) \to 3)), ((\varnothing \to 1) \to 2), (\varnothing \to 1))$

$ZR6 = (I, M, O) = \quad (((((\varnothing \to 1) \to 2) \to 3)), (\varnothing \to 1), ((\varnothing \to 1) \to 2)))$

Mit Hilfe von Venn-Diagrammen dargestellt, sieht also z.B.

$ZR3 = (O, I M) = \quad (((\varnothing \to 1) \to 2), ((((\varnothing \to 1) \to 2) \to 3)), (\varnothing \to 1))$

wie folgt aus:



Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (= 2008a)

Toth, Alfred, Die rekursive Verschachtelung der Zeichenrelation. In. Electronical Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Die Spurenrelation als unscharfe Menge von Relationen

1. In Toth (2009) wurde die Spurenrelation als triadisch-trichotomische Menge von Spuren im Sinne von Subzeichen mit unscharfer Referenz eingeführt

Skl = ((3.a)‹ (2.b)‹ (1.c)‹)

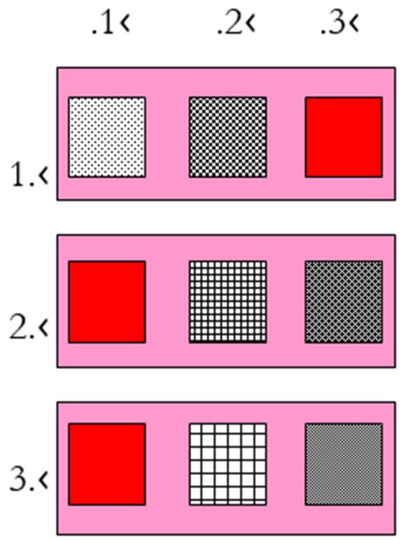
Die Subzeichen sind demnach nicht-eindeutig als Objekte, sondern aus einem Intervall definiert, so zwar dass gilt

$(3.a) = \{<x.y> \mid <x.y> \in [3.1, 3.3]\}$

$(2.b) = \{<x.y> \mid <x.y> \in [2.1, 2.3]\}$

$(1.c) = \{<x.y> \mid <x.y> \in [1.1, 1.3]\}$

2. Intuitiv besagt dies, dass ein Subzeichen, z.B. (2.1), entweder dieses Subzeichen selbst, d.h. (2.1), sein kann, oder aber am „Einflussfeld" der pro Zeichenbezug jeweils beiden anderen Subzeichen partizipieren kann, allerdings ohne selbst (2.2) oder (2.3) zu werden. Man sollte also unscharfe Referenz bei Spuren nicht mit unscharfen Menge der Fuzzy-Logik verwechseln. Obwohl nun die hier mehr intuitiv geschilderten Verhältnis praktisch nicht graphisch darstellbar sind, hat es in der Theoretischen Semiotik zwei Konzepte gegeben, welche ihm nahekommen und die zur gleichen Zeit entstanden sind: Arins System „primärer, sekundärer und tertiärer Subzeichen" (Arin 1981, S. 214 ff.) und Steffens „generatives Einflussfeld" (Steffen 1981, z.B. S. 131). Obwohl Steffen Systems, das auf der Grossen Matrix beruht, zu mehr Fixpunkten von Intervallen führt und daher für uns geeigneter wäre, wähle ich hier wegen seiner Einfachheit Arins Systems, obwohl es im Gegensatz zu demjenigen Steffens primär statisch ist. Man kann demnach die obigen drei Definitionen allgemeiner Subzeichen der drei Zeichenbezüge wie folgt graphisch darstellen:



wobei die Arinschen „primären“ Subzeichen die rot markierten der Spurenrelation

Skl = (3.1)‹ (2.1)‹ (1.c)‹

sind und die jeweils „sekundären“ und „tertiären“ (welche im Rahmen unserer Intervallkonzeption allerdings nicht-unterscheidbar sind) jeweils innerhalb des rosarot ausgezeichneten „generativen Einflussfeldes“ liegen. Zieht man eine weniger farbenfrohe Darstellung vor, so kann man dieselbe Skl wie folgt darstellen:

‹	‹	1.3
2.1	‹	‹
3.1	‹	‹

Bibliographie

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Steffen, Werner, Zum semiotischen Aufbau ästhetischer Zustände von Bildwerken. Diss. Stuttgart 1981

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Die Zyklizität von Zeichen und Spuren

1. Eine Zeichenrelation kann entweder in ihrer allgemeinen Form

ZR = (3.a 2.b 1.c)

oder in ihrer kategorialen Form

ZR = [[3.2], [a.b], [[2.1], [b.c]],

nach ihrer Rückführung auf die allgemeine Form, auf die Isomorphieklasse ihrer Spuren abgebildet werden:

$$ZR \rightarrow SR = (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}).$$

Wie aus Toth (2009b) hervorgeht, ist die Isomorphieklasse einer Spurenklasse immer das ganze System der Peirceschen Zeichenklassen, aufgefasst als Menge von drei Intervallklassen entsprechend den drei Hauptbezügen des Zeichens.

2. Seien A, B, C paarweise verschiedene Werte, sog. triadische Hauptwerte, und a, b, c paarweise verschiedene Werte, sog. trichotomische Stellenwerte, dann gibt es vier Möglichkeiten zur formalen Darstellung einer Spur:

1. $OR_{sp} = (A_{\rightarrow a}, B_{\rightarrow b}, C_{\rightarrow c})$
2. $Bi\text{-}OR_{sp} = (A_{a \rightarrow a}, B_{b\rightarrow b}, C_{c\rightarrow c})$
3. $Sp_{OR} = (\rightarrow a, \rightarrow b, \rightarrow c) \equiv (\rightarrow a_A, \rightarrow b_B, \rightarrow c_C)$
4. $Bi\text{-}Sp_{OR} = (\rightarrow a_A, \rightarrow b_B, \rightarrow c_C) \equiv (a \rightarrow a_A, b \rightarrow b_B, c \rightarrow c_C)$,

d.h. auf zwei verschieden stark reduzierte Weisen entweder auf Spuren oder als Bispuren (vgl. Toth 2009a). Da die Bi-Spuren allgemeiner sind als die „gewöhnlichen“ Spuren – sie sind nämlich mit den Nullzeichen kompatibel -, ergibt sich als Reduktionsschema einer Zeichen- oder Objektklasse auf ihre Spuren das folgende Schema:

$$(A.a\ B.b\ C.c)$$
$$\downarrow$$
$$(A_{\rightarrow a},\ B_{\rightarrow b},\ C_{\rightarrow c})$$
$$\downarrow$$
$$(A_{a \rightarrow a},\ B_{b \rightarrow b},\ C_{c \rightarrow c})$$
$$\downarrow$$
$$(\rightarrow a_A,\ \rightarrow b_B,\ \rightarrow c_C)$$
$$\downarrow$$
$$(a \rightarrow a_A,\ b \rightarrow b_B,\ c \rightarrow c_C)$$

Umgekehrt kann man aber das folgende Gesetz zur Vereinfachung von Bi-Spuren verwenden

$$(A \rightarrow B) \circ (B \rightarrow B) = (A \rightarrow B),$$

d.h. $(A \rightarrow B) \circ id_B$,

und erhält so

$$(\rightarrow a_A,\ \rightarrow b_B,\ \rightarrow c_C)$$

bzw.

$$(A_{\rightarrow a},\ B_{\rightarrow b},\ C_{\rightarrow c})$$

und hieraus

$$(A.a\ B.b\ C.c),$$

allerdings mit der Einschränkung, dass Spuren über Intervallen von Subzeichen definiert sind. Die Relation zwischen Reduktion von Zeichen oder Objekten auf Spuren und Produktion von Zeichen oder Objekten aus Spuren ist somit zyklisch, aber trotzdem ist sozusagen der Weg hin und zurück nicht derselbe, denn der Hauptzyklus ist eingebettet in Nebenzyklen, die sich wiederum dadurch ergeben, dass die Spuren über Intervallen von Subzeichen definiert sind.

Bibliographie

Toth, Alfred, Eine einheitliche Begründung der Semiotik auf der Basis von Bi-Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Zeichengenese und Kenoebene. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Das maximale 3-adisch 4-kontexturale semiotische Spurensystem

Der vorliegende Aufsatz beruht auf Kap. 3 meines Buches „The Trip into the Light“ (Toth 2008) und bringt das maximale permutative semiotische System (vgl. Toth 2008a, S. 177 ff.), basierend auf der triadischen Peirceschen Zeichenklasse, d.h. ohne ihre Erweiterung durch Nullzeichen (vgl. Toth 2009a, b), und zwar in 4 semiotischen Kontexturen (vgl. Kaehr 2008), und zwar deswegen, weil es das extensivste, komplexeste und operabelste unter den bisher bekannten semiotischen Systemen darstellt. Um die charakteristischen „Stufenbauten“ nicht zu zerstören, folgt der technische Teil, trotz dem Preis schwerer Lesbarkeit, in kleinerem Druck.

1. Permutation der Zeichenklassen

((3→a)ijk (2→b)ijk (1→c)ijk)

((3→a)ijk (2→b)ijk (1→c)ikj) ((3→a)ijk (2→b)ikj (1→c)ikj)

((3→a)ijk (2→b)ijk (1→c)jik) ((3→a)ijk (2→b)ikj (1→c)jik) ((3→a)ijk (2→b)jik (1→c)jik)

((3→a)ijk (2→b)ijk (1→c)jki) ((3→a)ijk (2→b)ikj (1→c)jki) ((3→a)ijk (2→b)jik (1→c)jki)

((3→a)ijk (2→b)ijk (1→c)kij) ((3→a)ijk (2→b)ikj (1→c)kij) ((3→a)ijk (2→b)jik (1→c)kij)

((3→a)ijk (2→b)ijk (1→c)kji) ((3→a)ijk (2→b)ikj (1→c)kji) ((3→a)ijk (2→b)jik (1→c)kji)

((3→a)ijk (2→b)jki (1→c)jki)

((3→a)ijk (2→b)jki (1→c)kij) ((3→a)ijk (2→b)kij (1→c)kij)

((3→a)ijk (2→b)jki (1→c)kji) ((3→a)ijk (2→b)kij (1→c)kji) ((3→a)ijk (2→b)kji (1→c)kji)

((3→a)ikj (2→b)ijk (1→c)ijk)

((3→a)ikj (2→b)ijk (1→c)ikj) ((3→a)ikj (2→b)ikj (1→c)ikj)

((3→a)ikj (2→b)ijk (1→c)jik) ((3→a)ikj (2→b)ikj (1→c)jik) ((3→a)ikj (2→b)jik (1→c)jik)

((3→a)ikj (2→b)ijk (1→c)jki) ((3→a)ikj (2→b)ikj (1→c)jki) ((3→a)ikj (2→b)jik (1→c)jki)

((3→a)ikj (2→b)ijk (1→c)kij) ((3→a)ikj (2→b)ikj (1→c)kij) ((3→a)ikj (2→b)jik (1→c)kij)

((3→a)ikj (2→b)ijk (1→c)kji) ((3→a)ikj (2→b)ikj (1→c)kji) ((3→a)ikj (2→b)jik (1→c)kji)

((3→a)ikj (2→b)jki (1→c)jki)

((3→a)ikj (2→b)jki (1→c)kij) ((3→a)ikj (2→b)kij (1→c)kij)

((3→a)ikj (2→b)jki (1→c)kji) ((3→a)ikj (2→b)kij (1→c)kji) ((3→a)ikj (2→b)kji (1→c)kji)

((3→a)jik (2→b)ijk (1→c)ijk)

((3→a)jik (2→b)ijk (1→c)ikj) ((3→a)jik (2→b)ikj (1→c)ikj)

((3→a)jik (2→b)ijk (1→c)jik) ((3→a)jik (2→b)ikj (1→c)jik) ((3→a)jik (2→b)jik (1→c)jik)

((3→a)jik (2→b)ijk (1→c)jki) ((3→a)jik (2→b)ikj (1→c)jki) ((3→a)jik (2→b)jik (1→c)jki)

((3→a)jik (2→b)ijk (1→c)kij) ((3→a)jik (2→b)ikj (1→c)kij) ((3→a)jik (2→b)jik (1→c)kij)

((3→a)jik (2→b)ijk (1→c)kji) ((3→a)jik (2→b)ikj (1→c)kji) ((3→a)jik (2→b)jik (1→c)kji)

((3→a)jik (2→b)jki (1→c)jki)

((3→a)jik (2→b)jki (1→c)kij) ((3→a)jik (2→b)kij (1→c)kij)

((3→a)jik (2→b)jki (1→c)kji) ((3→a)jik (2→b)kij (1→c)kji) ((3→a)jik (2→b)kji (1→c)kji)

((3→a)jki (2→b)ijk (1→c)ijk)

((3→a)jki (2→b)ijk (1→c)ikj) ((3→a)jki (2→b)ikj (1→c)ikj)

((3→a)jki (2→b)ijk (1→c)jik) ((3→a)jki (2→b)ikj (1→c)jik) ((3→a)jki (2→b)jik (1→c)jik)

((3→a)jki (2→b)ijk (1→c)jki) ((3→a)jki (2→b)ikj (1→c)jki) ((3→a)jki (2→b)jik (1→c)jki)

((3→a)jki (2→b)ijk (1→c)kij) ((3→a)jki (2→b)ikj (1→c)kij) ((3→a)jki (2→b)jik (1→c)kij)

((3→a)jki (2→b)ijk (1→c)kji) ((3→a)jki (2→b)ikj (1→c)kji) ((3→a)jki (2→b)jik (1→c)kji)

((3→a)jki (2→b)jki (1→c)jki)

((3→a)jki (2→b)jki (1→c)kij) ((3→a)jki (2→b)kij (1→c)kij)

((3→a)jki (2→b)jki (1→c)kji) ((3→a)jki (2→b)kij (1→c)kji) ((3→a)jki (2→b)kji (1→c)kji)

((3→a)kij (2→b)ijk (1→c)ijk)

((3→a)kij (2→b)ijk (1→c)ikj) ((3→a)kij (2→b)ikj (1→c)ikj)

((3→a)kij (2→b)ijk (1→c)jik) ((3→a)kij (2→b)ikj (1→c)jik) ((3→a)kij (2→b)jik (1→c)jik)

((3→a)kij (2→b)ijk (1→c)jki) ((3→a)kij (2→b)ikj (1→c)jki) ((3→a)kij (2→b)jik (1→c)jki)

((3→a)kij (2→b)ijk (1→c)kij) ((3→a)kij (2→b)ikj (1→c)kij) ((3→a)kij (2→b)jik (1→c)kij)

((3→a)kij (2→b)ijk (1→c)kji) ((3→a)kij (2→b)ikj (1→c)kji) ((3→a)kij (2→b)jik (1→c)kji)

((3→a)kij (2→b)jki (1→c)jki)

((3→a)kij (2→b)jki (1→c)kij) ((3→a)kij (2→b)kij (1→c)kij)

((3→a)kij (2→b)jki (1→c)kji) ((3→a)kij (2→b)kij (1→c)kji) ((3→a)kij (2→b)kji (1→c)kji)

((3→a)kji (2→b)ijk (1→c)ijk)

((3→a)kji (2→b)ijk (1→c)ikj) ((3→a)kji (2→b)ikj (1→c)ikj)

((3→a)kji (2→b)ijk (1→c)jik) ((3→a)kji (2→b)ikj (1→c)jik) ((3→a)kji (2→b)jik (1→c)jik)

((3→a)kji (2→b)ijk (1→c)jki) ((3→a)kji (2→b)ikj (1→c)jki) ((3→a)kji (2→b)jik (1→c)jki)

((3→a)kji (2→b)ijk (1→c)kij) ((3→a)kji (2→b)ikj (1→c)kij) ((3→a)kji (2→b)jik (1→c)kij)

((3→a)kji (2→b)ijk (1→c)kji) ((3→a)kji (2→b)ikj (1→c)kji) ((3→a)kji (2→b)jik (1→c)kji)

((3→a)kji (2→b)jki (1→c)jki)

((3→a)kji (2→b)jki (1→c)kij) ((3→a)kji (2→b)kij (1→c)kij)

((3→a)kji (2→b)jki (1→c)kji) ((3→a)kji (2→b)kij (1→c)kji) ((3→a)kji (2→b)kji (1→c)kji)

2. Permutation der Zeichenklassen

((3→a)ijk (1→c)ijk (2→b)ijk)

((3→a)ijk (1→c)ikj (2→b)ijk)   ((3→a)ijk (1→c)ikj (2→b)ikj)

((3→a)ijk (1→c)jik (2→b)ijk)   ((3→a)ijk (1→c)jik (2→b)ikj)   ((3→a)ijk (1→c)jik (2→b)jik)

((3→a)ijk (1→c)jki (2→b)ijk)   ((3→a)ijk (1→c)jki (2→b)ikj)   ((3→a)ijk (1→c)jki (2→b)jik)

((3→a)ijk (1→c)kij (2→b)ijk)   ((3→a)ijk (1→c)kij (2→b)ikj)   ((3→a)ijk (1→c)kij (2→b)jik)

((3→a)ijk (1→c)kji (2→b)ijk)   ((3→a)ijk (1→c)kji (2→b)ikj)   ((3→a)ijk (1→c)kji (2→b)jik)

((3→a)ijk (1→c)jki (2→b)jki)

((3→a)ijk (1→c)kij (2→b)jki)   ((3→a)ijk (1→c)kij (2→b)kij)

((3→a)ijk (1→c)kji (2→b)jki)   ((3→a)ijk (1→c)kji (2→b)kij)   ((3→a)ijk (1→c)kji (2→b)kji)

((3→a)ikj (1→c)ijk (2→b)ijk)

((3→a)ikj (1→c)ikj (2→b)ijk)   ((3→a)ikj (1→c)ikj (2→b)ikj)

((3→a)ikj (1→c)jik (2→b)ijk)   ((3→a)ikj (1→c)jik (2→b)ikj)   ((3→a)ikj (1→c)jik (2→b)jik)

((3→a)ikj (1→c)jki (2→b)ijk)   ((3→a)ikj (1→c)jki (2→b)ikj)   ((3→a)ikj (1→c)jki (2→b)jik)

((3→a)ikj (1→c)kij (2→b)ijk)   ((3→a)ikj (1→c)kij (2→b)ikj)   ((3→a)ikj (1→c)kij (2→b)jik)

((3→a)ikj (1→c)kji (2→b)ijk)   ((3→a)ikj (1→c)kji (2→b)ikj)   ((3→a)ikj (1→c)kji (2→b)jik)

((3→a)ikj (1→c)jki (2→b)jki)

((3→a)ikj (1→c)kij (2→b)jki)   ((3→a)ikj (1→c)kij (2→b)kij)

((3→a)ikj (1→c)kji (2→b)jki)   ((3→a)ikj (1→c)kji (2→b)kij)   ((3→a)ikj (1→c)kji (2→b)kji)

((3→a)jik (1→c)ijk (2→b)ijk)

((3→a)jik (1→c)ikj (2→b)ijk) ((3→a)jik (1→c)ikj (2→b)ikj)

((3→a)jik (1→c)jik (2→b)ijk) ((3→a)jik (1→c)jik (2→b)ikj) ((3→a)jik (1→c)jik (2→b)jik)

((3→a)jik (1→c)jki (2→b)ijk) ((3→a)jik (1→c)jki (2→b)ikj) ((3→a)jik (1→c)jki (2→b)jik)

((3→a)jik (1→c)kij (2→b)ijk) ((3→a)jik (1→c)kij (2→b)ikj) ((3→a)jik (1→c)kij (2→b)jik)

((3→a)jik (1→c)kji (2→b)ijk) ((3→a)jik (1→c)kji (2→b)ikj) ((3→a)jik (1→c)kji (2→b)jik)

((3→a)jik (1→c)jki (2→b)jki)

((3→a)jik (1→c)kij (2→b)jki) ((3→a)jik (1→c)kij (2→b)kij)

((3→a)jik (1→c)kji (2→b)jki) ((3→a)jik (1→c)kji (2→b)kij) ((3→a)jik (1→c)kji (2→b)kji)

((3→a)jki (1→c)ijk (2→b)ijk)

((3→a)jki (1→c)ikj (2→b)ijk) ((3→a)jki (1→c)ikj (2→b)ikj)

((3→a)jki (1→c)jik (2→b)ijk) ((3→a)jki (1→c)jik (2→b)ikj) ((3→a)jki (1→c)jik (2→b)jik)

((3→a)jki (1→c)jki (2→b)ijk) ((3→a)jki (1→c)jki (2→b)ikj) ((3→a)jki (1→c)jki (2→b)jik)

((3→a)jki (1→c)kij (2→b)ijk) ((3→a)jki (1→c)kij (2→b)ikj) ((3→a)jki (1→c)kij (2→b)jik)

((3→a)jki (1→c)kji (2→b)ijk) ((3→a)jki (1→c)kji (2→b)ikj) ((3→a)jki (1→c)kji (2→b)jik)

((3→a)jki (1→c)jki (2→b)jki)

((3→a)jki (1→c)kij (2→b)jki) ((3→a)jki (1→c)kij (2→b)kij)

((3→a)jki (1→c)kji (2→b)jki) ((3→a)jki (1→c)kji (2→b)kij) ((3→a)jki (1→c)kji (2→b)kji)

((3→a)kij (1→c)ijk (2→b)ijk)

((3→a)kij (1→c)ikj (2→b)ijk) ((3→a)kij (1→c)ikj (2→b)ikj)

((3→a)kij (1→c)jik (2→b)ijk) ((3→a)kij (1→c)jik (2→b)ikj) ((3→a)kij (1→c)jik (2→b)jik)

((3→a)kij (1→c)jki (2→b)ijk)   ((3→a)kij (1→c)jki (2→b)ikj)   ((3→a)kij (1→c)jki (2→b)jik)

((3→a)kij (1→c)kij (2→b)ijk)   ((3→a)kij (1→c)kij (2→b)ikj)   ((3→a)kij (1→c)kij (2→b)jik)

((3→a)kij (1→c)kji (2→b)ijk)   ((3→a)kij (1→c)kji (2→b)ikj)   ((3→a)kij (1→c)kji (2→b)jik)

((3→a)kij (1→c)jki (2→b)jki)

((3→a)kij (1→c)kij (2→b)jki)   ((3→a)kij (1→c)kij (2→b)kij)

((3→a)kij (1→c)kji (2→b)jki)   ((3→a)kij (1→c)kji (2→b)kij)   ((3→a)kij i (1→c)kji (2→b)kji)

((3→a)kji (1→c)ijk (2→b)ijk)

((3→a)kji (1→c)ikj (2→b)ijk)   ((3→a)kji (1→c)ikj (2→b)ikj)

((3→a)kji (1→c)jik (2→b)ijk)   ((3→a)kji (1→c)jik (2→b)ikj)   ((3→a)kji (1→c)jik (2→b)jik)

((3→a)kji (1→c)jki (2→b)ijk)   ((3→a)kji (1→c)jki (2→b)ikj)   ((3→a)kji (1→c)jki (2→b)jik)

((3→a)kji (1→c)kij (2→b)ijk)   ((3→a)kji (1→c)kij (2→b)ikj)   ((3→a)kji (1→c)kij (2→b)jik)

((3→a)kji (1→c)kji (2→b)ijk)   ((3→a)kji (1→c)kji (2→b)ikj)   ((3→a)kji (1→c)kji (2→b)jik)

((3→a)kji (1→c)jki(2→b)jki)

((3→a)kji (1→c)kij (2→b)jki)   ((3→a)kji (1→c)kij (2→b)kij)

((3→a)kji (1→c)kji (2→b)jki)   ((3→a)kji (1→c)kji (2→b)kij)   ((3→a)kji (1→c)kji (2→b)kji)

3. Permutation der Zeichenklassen

((2→b)ijk (3→a)ijk (1→c)ijk)

((2→b)ijk (3→a)ijk (1→c)ikj)   ((2→b)ikj (3→a)ijk (1→c)ikj)

((2→b)ijk (3→a)ijk (1→c)jik)   ((2→b)ikj (3→a)ijk (1→c)jik)   ((2→b)jik (3→a)ijk (1→c)jik)

((2→b)ijk (3→a)ijk (1→c)jki)   ((2→b)ikj (3→a)ijk (1→c)jki)   ((2→b)jik (3→a)ijk (1→c)jki)

((2→b)ijk (3→a)ijk (1→c)kij) ((2→b)ikj (3→a)ijk (1→c)kij) ((2→b)jik (3→a)ijk (1→c)kij)

((2→b)ijk (3→a)ijk (1→c)kji) ((2→b)ikj (3→a)ijk (1→c)kji) ((2→b)jik (3→a)ijk (1→c)kji)

((2→b)jki (3→a)ijk (1→c)jki)

((2→b)jki (3→a)ijk (1→c)kij) ((2→b)kij (3→a)ijk (1→c)kij)

((2→b)jki (3→a)ijk (1→c)kji) ((2→b)kij (3→a)ijk (1→c)kji) ((2→b)kji (3→a)ijk (1→c)kji)

((2→b)ijk (3→a)ikj (1→c)ijk)

((2→b)ijk (3→a)ikj (1→c)ikj) ((2→b)ikj (3→a)ikj (1→c)ikj)

((2→b)ijk (3→a)ikj (1→c)jik) ((2→b)ikj (3→a)ikj (1→c)jik) ((2→b)jik (3→a)ikj (1→c)jik)

((2→b)ijk (3→a)ikj (1→c)jki) ((2→b)ikj (3→a)ikj (1→c)jki) ((2→b)jik (3→a)ikj (1→c)jki)

((2→b)ijk (3→a)ikj (1→c)kij) ((2→b)ikj (3→a)ikj (1→c)kij) ((2→b)jik (3→a)ikj (1→c)kij)

((2→b)ijk (3→a)ikj (1→c)kji) ((2→b)ikj (3→a)ikj (1→c)kji) ((2→b)jik (3→a)ikj (1→c)kji)

((2→b)jki (3→a)ikj (1→c)jki)

((2→b)jki (3→a)ikj (1→c)kij) ((2→b)kij (3→a)ikj (1→c)kij)

((2→b)jki (3→a)ikj (1→c)kji) ((2→b)kij (3→a)ikj (1→c)kji) ((2→b)kji (3→a)ikj (1→c)kji)

((2→b)ijk (3→a)jik (1→c)ijk)

((2→b)ijk (3→a)jik (1→c)ikj) ((2→b)ikj (3→a)jik (1→c)ikj)

((2→b)ijk (3→a)jik (1→c)jik) ((2→b)ikj (3→a)jik (1→c)jik) ((2→b)jik (3→a)jik (1→c)jik)

((2→b)ijk (3→a)jik (1→c)jki) ((2→b)ikj (3→a)jik (1→c)jki) ((2→b)jik (3→a)jik (1→c)jki)

((2→b)ijk (3→a)jik (1→c)kij) ((2→b)ikj (3→a)jik (1→c)kij) ((2→b)jik (3→a)jik (1→c)kij)

((2→b)ijk (3→a)jik (1→c)kji) ((2→b)ikj (3→a)jik (1→c)kji) ((2→b)jik (3→a)jik (1→c)kji)

((2→b)jki (3→a)jik (1→c)jki)

((2→b)jki (3→a)jik (1→c)kij)   ((2→b)kij (3→a)jik (1→c)kij)

((2→b)jki (3→a)jik (1→c)kji)   ((2→b)kij (3→a)jik (1→c)kji)   ((2→b)kji (3→a)jik (1→c)kji)

((2→b)ijk (3→a)jki (1→c)ijk)

((2→b)ijk (3→a)jki (1→c)ikj)   ((2→b)ikj (3→a)jki (1→c)ikj)

((2→b)ijk (3→a)jki (1→c)jik)   ((2→b)ikj (3→a)jki (1→c)jik)   ((2→b)jik (3→a)jki (1→c)jik)

((2→b)ijk (3→a)jki (1→c)jki)   ((2→b)ikj (3→a)jki (1→c)jki)   ((2→b)jik (3→a)jki (1→c)jki)

((2→b)ijk (3→a)jki (1→c)kij)   ((2→b)ikj (3→a)jki (1→c)kij)   ((2→b)jik (3→a)jki (1→c)kij)

((2→b)ijk (3→a)jki (1→c)kji)   ((2→b)ikj (3→a)jki (1→c)kji)   ((2→b)kji (3→a)jki (1→c)kji)

((2→b)jki (3→a)jki (1→c)jki)

((2→b)jki (3→a)jki (1→c)kij)   ((2→b)kij (3→a)jki (1→c)kij)

((2→b)jki (3→a)jki (1→c)kji)   ((2→b)k (3→a)jki (1→c)kji ij) ((2→b)kji (3→a)jki (1→c)kji)

((2→b)ijk (3→a)kij (1→c)ijk)

((2→b)ijk (3→a)kij (1→c)ikj)   ((2→b)ikj (3→a)kij (1→c)ikj)

((2→b)ijk (3→a)kij (1→c)jik)   ((2→b)ikj (3→a)kij (1→c)jik)   ((2→b)jik (3→a)kij (1→c)jik)

((2→b)ijk (3→a)kij (1→c)jki)   ((2→b)ikj (3→a)kij (1→c)jki)   ((2→b)jik (3→a)kij (1→c)jki)

((2→b)ijk (3→a)kij (1→c)kij)   ((2→b)ikj (3→a)kij (1→c)kij)   ((2→b)jik (3→a)kij (1→c)kij)

((2→b)ijk (3→a)kij (1→c)kji)   ((2→b)ikj (3→a)kij (1→c)kji)   ((2→b)jik (3→a)kij (1→c)kji)

((2→b)jki (3→a)kij (1→c)jki)

((2→b)jki (3→a)kij (1→c)kij)   ((2→b)kij (3→a)kij (1→c)kij)

((2→b)jki (3→a)kij (1→c)kji)   ((2→b)kij (3→a)kij (1→c)kji)   ((2→b)kji (3→a)kij i (1→c)kji)

((2→b)ijk (3→a)kji (1→c)ijk)

((2→b)ijk (3→a)kji (1→c)ikj)   ((2→b)ikj (3→a)kji (1→c)ikj)

((2→b)ijk (3→a)kji (1→c)jik)   ((2→b)ikj (3→a)kji (1→c)jik)   ((2→b)jik (3→a)kji (1→c)jik)

((2→b)ijk (3→a)kji (1→c)jki)   ((2→b)ikj (3→a)kji (1→c)jki)   ((2→b)jik (3→a)kji (1→c)jki)

((2→b)ijk (3→a)kji (1→c)kij)   ((2→b)ikj (3→a)kji (1→c)kij)   ((2→b)jik (3→a)kji (1→c)kij)

((2→b)ijk (3→a)kji (1→c)kji)   ((2→b)ikj (3→a)kji (1→c)kji)   ((2→b)jik (3→a)kji (1→c)kji)

((2→b)jki (3→a)kji (1→c)jki)

((2→b)jki (3→a)kji (1→c)kij)   ((2→b)kij (3→a)kji (1→c)kij)

((2→b)jki (3→a)kji (1→c)kji)   ((2→b)kij (3→a)kji (1→c)kji)   ((2→b)kji (3→a)kji (1→c)kji)

4. Permutation der Zeichenklassen

((2→b)ijk (1→c)ijk (3→a)ijk)

((2→b)ijk (1→c)ikj (3→a)ijk)   ((2→b)ikj (1→c)ikj (3→a)ijk)

((2→b)ijk (1→c)jik (3→a)ijk)   ((2→b)ikj (1→c)jik (3→a)ijk)   ((2→b)jik (1→c)ji (3→a)ijk k)

((2→b)ijk (1→c)jki (3→a)ijk)   ((2→b)ikj (1→c)jki (3→a)ijk)   ((2→b)jik (1→c)jki (3→a)ijk)

((2→b)ijk (1→c)kij (3→a)ijk)   ((2→b)ikj (1→c)kij (3→a)ijk)   ((2→b)jik (1→c)kij (3→a)ijk)

((2→b)ijk (1→c)kji (3→a)ijk)   ((2→b)ikj (1→c)kji (3→a)ijk)   ((2→b)jik (1→c)kji (3→a)ijk)

((2→b)jki (1→c)jki (3→a)ijk)

((2→b)jki (1→c)kij (3→a)ijk)   ((2→b)kij (1→c)kij (3→a)ijk)

((2→b)jki (1→c)kji (3→a)ijk)   ((2→b)kij (1→c)kji (3→a)ijk)   ((2→b)kji (1→c)kji (3→a)ijk)

((2→b)ijk (1→c)ijk (3→a)ikj)

((2→b)ijk (1→c)ikj (3→a)ikj)   ((2→b)ikj (1→c)ikj (3→a)ikj)

((2→b)ijk (1→c)jik (3→a)ikj)   ((2→b)ikj (1→c)jik (3→a)ikj)   ((2→b)jik (1→c)jik (3→a)ikj)

((2→b)ijk (1→c)jki (3→a)ikj)   ((2→b)ikj (1→c)jki (3→a)ikj)   ((2→b)jik (1→c)jki (3→a)ikj)

((2→b)ijk (1→c)kij (3→a)ikj)   ((2→b)ikj (1→c)kij (3→a)ikj)   ((2→b)jik (1→c)kij (3→a)ikj)

((2→b)ijk (1→c) (3→a)ikj kji)   ((2→b)ikj (1→c)kji (3→a)ikj)   ((2→b)jik (1→c)kji (3→a)ikj)

((2→b)jki (1→c)jki (3→a)ikj)

((2→b)jki (1→c)kij (3→a)ikj)   ((2→b)kij (1→c)kij (3→a)ikj)

((2→b)jki (1→c)kji (3→a)ikj)   ((2→b)kij (1→c)kji (3→a)ikj)   ((2→b)kji (1→c)kji (3→a)ikj)

((2→b)ijk (1→c)ijk (3→a)jik)

((2→b)ijk (1→c)ikj (3→a)jik)   ((2→b)ikj (1→c)ikj (3→a)jik)

((2→b)ijk (1→c)jik (3→a)jik)   ((2→b)ikj (1→c)jik (3→a)jik)   ((2→b)jik (1→c)jik (3→a)jik)

((2→b)ijk (1→c) (3→a)jik jki)   ((2→b)ikj (1→c)jki (3→a)jik)   ((2→b)jik (1→c)j (3→a)jik ki)

((2→b)ijk (1→c) (3→a)jik kij)   ((2→b)ikj (1→c) (3→a)jik kij)   ((2→b)jik (1→c)ki (3→a)jik j)

((2→b)ijk (1→c) (3→a)jik kji)   ((2→b)ikj (1→c)kji (3→a)jik)   ((2→b)jik (1→c)kji (3→a)jik)

((2→b)jki (1→c)jki (3→a)jik)

((2→b)jki (1→c)kij (3→a)jik)   ((2→b)kij (1→c)kij (3→a)jik)

((2→b)jki (1→c)kji (3→a)jik)   ((2→b)kij (1→c)kji (3→a)jik)   ((2→b)kji (1→c)kji (3→a)jik)

((2→b)ijk (1→c)ijk (3→a)jki)

((2→b)ijk (1→c)ikj (3→a)jki)   ((2→b)ikj (1→c)ikj (3→a)jki)

((2→b)ijk (1→c)jik (3→a)jki) ((2→b)ikj (1→c)jik (3→a)jki) ((2→b)jik (1→c)jik (3→a)jki)

((2→b)ijk (1→c)jki (3→a)jki) ((2→b)ikj (1→c)jki (3→a)jki) ((2→b)jik (1→c)jki (3→a)jki)

((2→b)ijk (1→c)kij (3→a)jki) ((2→b)ikj (1→c)kij (3→a)jki) ((2→b)jik (1→c)kij (3→a)jki)

((2→b)ijk (1→c)kji (3→a)jki) ((2→b)ikj (1→c)kji (3→a)jki) ((2→b)jik (1→c)kji (3→a)jki)

((2→b)jki (1→c)jki (3→a)jki)

((2→b)jki (1→c)kij (3→a)jki) ((2→b)kij (1→c)kij (3→a)jki)

((2→b)jki (1→c)kji (3→a)jki) ((2→b)kij (1→c)kji (3→a)jki) ((2→b)kji (1→c)kji (3→a)jki)

((2→b)ijk (1→c)ijk (3→a)kij)

((2→b)ijk (1→c)ikj (3→a)kij) ((2→b)ikj (1→c)ikj (3→a)kij)

((2→b)ijk (1→c)jik (3→a)kij) ((2→b)ikj (1→c)jik (3→a)kij) ((2→b)jik (1→c)jik (3→a)kij)

((2→b)ijk (1→c)jki (3→a)kij) ((2→b)ikj (1→c)jki (3→a)kij) ((2→b)jik (1→c)jki (3→a)kij)

((2→b)ijk (1→c)kij (3→a)kij) ((2→b)ikj (1→c)kij (3→a)kij) ((2→b)jik (1→c)kij (3→a)kij)

((2→b)ijk (1→c)kji (3→a)kij) ((2→b)ikj (1→c)kji (3→a)kij) ((2→b)jik (1→c)kji (3→a)kij)

((2→b)jki (1→c)jki (3→a)kij)

((2→b)jki (1→c)kij (3→a)kij) ((2→b)kij (1→c)kij (3→a)kij)

((2→b)jki (1→c)kji (3→a)kij) ((2→b)kij (1→c)kji (3→a)kij) ((2→b)kji (1→c)kji (3→a)kij)

((2→b)ijk (1→c)ijk (3→a)kji)

((2→b)ijk (1→c)ikj (3→a)kji) ((2→b)ikj (1→c)ikj (3→a)kji)

((2→b)ijk (1→c)jik (3→a)kji) ((2→b)ikj (1→c)jik (3→a)kji) ((2→b)jik (1→c)jik (3→a)kji)

((2→b)ijk (1→c)jki (3→a)kji) ((2→b)ikj (1→c)jki (3→a)kji) ((2→b)jik (1→c)jki (3→a)kji)

((2→b)ijk (1→c)kij (3→a)kji) ((2→b)ikj (1→c)kij (3→a)kji) ((2→b)jik (1→c)kij (3→a)kji)

((2→b)ijk (1→c)kji (3→a)kji) ((2→b)ikj (1→c)kji (3→a)kji) ((2→b)jik (1→c)kji (3→a)kji)

((2→b)jki (1→c)jki (3→a)kji)

((2→b)jki (1→c)kij (3→a)kji) ((2→b)kij (1→c)kij (3→a)kji)

((2→b)jki (1→c)kji (3→a)kji) ((2→b)kij (1→c)kji (3→a)kji) ((2→b)kji (1→c)kji (3→a)kji)

5. Permutation der Zeichenklassen

((1→c)ijk (3→a)ijk (2→b)ijk)

((1→c)ikj (3→a)ijk (2→b)ijk) ((1→c)ikj (3→a)ijk (2→b)ikj)

((1→c)jik (3→a)ijk (2→b)ijk) ((1→c)jik (3→a)ijk (2→b)ikj) ((1→c)jik (3→a)ijk (2→b)jik)

((1→c)jki (3→a)ijk (2→b)ijk) ((1→c)jki (3→a)ijk (2→b)ikj) ((1→c)jki (3→a)ijk (2→b)jik)

((1→c)kij (3→a)ijk (2→b)ijk) ((1→c)kij (3→a)ijk (2→b)ikj) ((1→c)kij (3→a)ijk (2→b)jik)

((1→c)kji (3→a)ijk (2→b)ijk) ((1→c)kji (3→a)ijk (2→b)ikj) ((1→c)kji (3→a)ijk (2→b)jik)

((1→c)jki (3→a)ijk (2→b)jki)

((1→c)kij (3→a)ijk (2→b)jki) ((1→c)kij (3→a)ijk (2→b)kij)

((1→c)kji (3→a)ijk (2→b)jki) ((1→c)kji (3→a)ijk (2→b)kij) ((1→c)kji (3→a)ijk (2→b)kji)

((1→c)ijk (3→a)ikj (2→b)ijk)

((1→c)ikj (3→a)ikj (2→b)ijk) ((1→c)ikj (3→a)ikj (2→b)ikj)

((1→c)jik (3→a)ikj (2→b)ijk) ((1→c)jik (3→a)ikj (2→b)ikj) ((1→c)jik (3→a)ikj (2→b)jik)

((1→c)jki (3→a)ikj (2→b)ijk) ((1→c)jki (3→a)ikj (2→b)ikj) ((1→c)jki (3→a)ikj (2→b)jik)

((1→c)kij (3→a)ikj (2→b)ijk) ((1→c)kij (3→a)ikj (2→b)ikj) ((1→c)kij (3→a)ikj (2→b)jik)

((1→c) kji (3→a)ikj (2→b)ijk) ((1→c)kji (3→a)ikj (2→b)ikj) ((1→c)kji (3→a)ikj (2→b)jik)

((1→c)jki (3→a)ikj (2→b)jki)

((1→c)kij (3→a)i (2→b)jki kj) ((1→c)kij (3→a)ikj (2→b)kij)

((1→c)kji (3→a)ikj (2→b)jki) ((1→c)kji (3→a)ikj (2→b)kij) ((1→c)kji (3→a)ikj (2→b)kji)

((1→c)ijk (3→a)jik (2→b)ijk)

((1→c)ikj (3→a)jik (2→b)ijk) ((1→c)ikj (3→a)jik (2→b)ikj)

((1→c)jik (3→a)jik (2→b)ijk) ((1→c)jik (3→a)jik (2→b)ikj) ((1→c)jik (3→a)jik (2→b)jik)

((1→c) jki (3→a)jik (2→b)ijk) ((1→c)jki (3→a)jik (2→b)ikj) ((1→c)j ki (3→a)jik (2→b)jik)

((1→c) kij (3→a)jik (2→b)ijk) ((1→c) kij (3→a)jik (2→b)ikj) ((1→c)ki j (3→a)jik (2→b)jik)

((2→b)ijk (3→a)jik (1→c) kji) ((2→b)ikj (3→a)jik (1→c)kji) ((1→c)kji (3→a)jik (2→b)jik)

((1→c)jki (3→a)jik (2→b)jki)

((1→c)kij (3→a)jik (2→b)jki) ((1→c)kij (3→a)jik (2→b)kij)

((1→c)kji (3→a)jik (2→b)jki) ((1→c)kji (3→a)jik (2→b)kij) ((1→c)kji (3→a)jik (2→b)kji)

((1→c)ijk (3→a)jki (2→b)ijk)

((1→c)ikj (3→a)jki (2→b)ijk) ((1→c)ikj (3→a)jki (2→b)ikj)

((1→c)jik (3→a)jki (2→b)ijk) ((1→c)jik (3→a)jki (2→b)ikj) ((1→c)jik (3→a)jki (2→b)jik)

((1→c)jki (3→a)jki (2→b)ijk) ((1→c)jki (3→a)jki (2→b)ikj) ((1→c)jki (3→a)jki (2→b)jik)

((1→c)kij (3→a)jki (2→b)ijk) ((1→c)kij (3→a)jki (2→b)ikj) ((1→c)kij (3→a)jki (2→b)jik)

((1→c)kji (3→a)jki (2→b)ijk) ((1→c)kji (3→a)jki (2→b)ikj) ((1→c)kji (3→a)jki (2→b)jik)

((1→c)jki (3→a)jki (2→b)jki)

((1→c)kij (3→a)jki (2→b)jki) ((1→c)kij (3→a)jki (2→b)kij)

((1→c)kji (3→a)jki (2→b)jki) ((1→c)kji (3→a)jki (2→b)kij) ((1→c)kji (3→a)jki (2→b)kji)

((1→c)ijk (3→a)kij (2→b)ijk)

((1→c)ikj (3→a)kij (2→b)ijk) ((1→c)ikj (3→a)kij (2→b)ikj)

((1→c)jik (3→a)kij (2→b)ijk) ((1→c)jik (3→a)kij (2→b)ikj) ((1→c)jik (3→a)kij (2→b)jik)

((1→c)jki (3→a)kij (2→b)ijk) ((1→c)jki (3→a)kij (2→b)ikj) ((1→c)jki (3→a)kij (2→b)jik)

((1→c)kij (3→a)kij (2→b)ijk) ((1→c)kij (3→a)kij (2→b)ikj) ((1→c)kij (3→a)kij (2→b)jik)

((1→c)kji (3→a)kij (2→b)ijk) ((1→c)kji (3→a)kij (2→b)ikj) ((1→c)kji (3→a)kij (2→b)jik)

((1→c)jki (3→a)kij (2→b)jki)

((1→c)kij (3→a)kij (2→b)jki) ((1→c)kij (3→a)kij (2→b)kij)

((1→c)kji (3→a)kij (2→b)jki) ((1→c)kji (3→a)kij (2→b)kij) ((1→c)kji (3→a)kij (2→b)kji)

((1→c)ijk (3→a)kji (2→b)ijk)

((1→c)ikj (3→a)kji (2→b)ijk) ((1→c)ikj (3→a)kji (2→b)ikj)

((1→c)jik (3→a)kji (2→b)ijk) ((1→c)jik (3→a)kji (2→b)ikj) ((1→c)jik (3→a)kji (2→b)jik)

((1→c)jki (3→a)kji (2→b)ijk) ((1→c)jki (3→a)kji (2→b)ikj) ((1→c)jki (3→a)kji (2→b)jik)

((1→c)kij (3→a)kji (2→b)ijk) ((1→c)kij (3→a)kji (2→b)ikj) ((1→c)kij (3→a)kji (2→b)jik)

((1→c)kji (3→a)kji (2→b)ijk) ((1→c)kji (3→a)kji (2→b)ikj) ((1→c)kji (3→a)kji (2→b)jik)

((1→c)jki (3→a)kji (2→b)jki)

((1→c)kij (3→a)kji (2→b)jki) ((1→c)kij (3→a)kji (2→b)kij)

((1→c)kji (3→a)kji (2→b)jki) ((1→c)kji (3→a)kji (2→b)kij) ((1→c)kji (3→a)kji (2→b)kji)

6. Permutation der Zeichenklassen

((1→c)ijk (2→b)ijk (3→a)ijk)

((1→c)ikj (2→b)ijk (3→a)ijk) ((1→c)ikj (2→b)ikj (3→a)ijk)

((1→c)jik (2→b)ijk (3→a)ijk) ((1→c)jik (2→b)ikj (3→a)ijk) ((1→c)jik (2→b)jik (3→a)ijk)

((1→c)jki (2→b)ijk (3→a)ijk) ((1→c)jki (2→b)ikj (3→a)ijk) ((1→c)jki (2→b)jik (3→a)ijk)

((1→c)kij (2→b)ijk (3→a)ijk) ((1→c)kij (2→b)ikj (3→a)ijk) ((1→c)kij (2→b)jik (3→a)ijk)

((1→c)kji (2→b)ijk (3→a)ijk) ((1→c)kji (2→b)ikj (3→a)ijk) ((1→c)kji (2→b)jik (3→a)ijk)

((1→c)jki (2→b)jki (3→a)ijk)

((1→c)kij (2→b)jki (3→a)ijk) ((1→c)kij (2→b)kij (3→a)ijk)

((1→c)kji (2→b)jki (3→a)ijk) ((1→c)kji (2→b)kij (3→a)ijk) ((1→c)kji (2→b)kji (3→a)ijk)

((1→c)ijk (2→b)ijk (3→a)ikj)

((1→c)ikj (2→b)ijk (3→a)ikj) ((1→c)ikj (2→b)ikj (3→a)ikj)

((1→c)jik (2→b)ijk (3→a)ikj) ((1→c)jik (2→b)ikj (3→a)ikj) ((1→c)jik (2→b)jik (3→a)ikj)

((1→c)jki (2→b)ijk (3→a)ikj) ((1→c)jki (2→b)ikj (3→a)ikj) ((1→c)jki (2→b)jik (3→a)ikj)

((1→c)kij (2→b)ijk (3→a)ikj) ((1→c)kij (2→b)ikj (3→a)ikj) ((1→c)kij (2→b)jik (3→a)ikj)

((1→c) kji (2→b)ijk (3→a)ikj) ((1→c)kji (2→b)ikj (3→a)ikj) ((1→c)kji (2→b)jik (3→a)ikj)

((1→c)jki (2→b)jki (3→a)ikj)

((1→c)kij (2→b)jki (3→a)ikj) ((1→c)kij (2→b)kij (3→a)ikj)

((1→c)kji (2→b)jki (3→a)ikj) ((1→c)kji (2→b)kij (3→a)ikj) ((1→c)kji (2→b)kji (3→a)ikj)

((1→c)ijk (2→b)ijk (3→a)jik)

((1→c)ikj (2→b)ijk (3→a)jik) ((1→c)ikj (2→b)ikj (3→a)jik)

((1→c)jik (2→b)ijk (3→a)jik) ((1→c)jik (2→b)ikj (3→a)jik) ((1→c)jik (2→b)jik (3→a)jik)

((1→c) (2→b)ijk (3→a)jik jki) ((1→c)jki (2→b)ikj (3→a)jik) ((1→c)j (2→b)jik (3→a)jik ki)

((1→c) (2→b)ijk (3→a)jik kij) ((1→c) (2→b)ikj (3→a)jik kij) ((1→c)ki (2→b)jik (3→a)jik j)

((2→b)ijk (1→c) (3→a)jik kji) ((2→b)ikj (1→c)kji (3→a)jik) ((1→c)kji (2→b)jik (3→a)jik)

((1→c)jki (2→b)jki (3→a)jik)

((1→c)kij (2→b)jki (3→a)jik) ((1→c)kij (2→b)kij (3→a)jik)

((1→c)kji (2→b)jki (3→a)jik) ((1→c)kji (2→b)kij (3→a)jik) ((1→c)kji (2→b)kji (3→a)jik)

((1→c)ijk (2→b)ijk (3→a)jki)

((1→c)ikj (2→b)ijk (3→a)jki) ((1→c)ikj (2→b)ikj (3→a)jki)

((1→c)jik (2→b)ijk (3→a)jki) ((1→c)jik (2→b)ikj (3→a)jki) ((1→c)jik (2→b)jik (3→a)jki)

((1→c)jki (2→b)ijk (3→a)jki) ((1→c)jki (2→b)ikj (3→a)jki) ((1→c)jki (2→b)jik (3→a)jki)

((1→c)kij (2→b)ijk (3→a)jki) ((1→c)kij (2→b)ikj (3→a)jki) ((1→c)kij (2→b)jik (3→a)jki)

((1→c)kji (2→b)ijk (3→a)jki) ((1→c)kji (2→b)ikj (3→a)jki) ((1→c)kji (2→b)jik (3→a)jki)

((1→c)jki (2→b)jki (3→a)jki)

((1→c)kij (2→b)jki (3→a)jki) ((1→c)kij (2→b)kij (3→a)jki)

((1→c)kji (2→b)jki (3→a)jki) ((1→c)kji (2→b)kij (3→a)jki) ((1→c)kji (2→b)kji (3→a)jki)

((1→c)ijk (2→b)ijk (3→a)kij)

((1→c)ikj (2→b)ijk (3→a)kij) ((1→c)ikj (2→b)ikj (3→a)kij)

((1→c)jik (2→b)ijk (3→a)kij) ((1→c)jik (2→b)ikj (3→a)kij) ((1→c)jik (2→b)jik (3→a)kij)

((1→c)jki (2→b)ijk (3→a)kij) ((1→c)jki (2→b)ikj (3→a)kij) ((1→c)jki (2→b)jik (3→a)kij)

((1→c)kij (2→b)ijk (3→a)kij) ((1→c)kij (2→b)ikj (3→a)kij) ((1→c)kij (2→b)jik (3→a)kij)

((1→c)kji (2→b)ijk (3→a)kij) ((1→c)kji (2→b)ikj (3→a)kij) ((1→c)kji (2→b)jik (3→a)kij)

((1→c)jki (2→b)jki (3→a)kij)

((1→c)kij (2→b)jki (3→a)kij) ((1→c)kij (2→b)kij (3→a)kij)

((1→c)kji (2→b)jki (3→a)kij) ((1→c)kji (2→b)kij (3→a)kij) ((1→c)kji (2→b)kji (3→a)kij)

((1→c)ijk (2→b)ijk (3→a)kji)

((1→c)ikj (2→b)ijk (3→a)kji) ((1→c)ikj (2→b)ikj (3→a)kji)

((1→c)jik (2→b)ijk (3→a)kji) ((1→c)jik (2→b)ikj (3→a)kji) ((1→c)jik (2→b)jik (3→a)kji)

((1→c)jki (2→b)ijk (3→a)kji) ((1→c)jki (2→b)ikj (3→a)kji) ((1→c)jki (2→b)jik (3→a)kji)

((1→c)kij (2→b)ijk (3→a)kji) ((1→c)kij (2→b)ikj (3→a)kji) ((1→c)kij (2→b)jik (3→a)kji)

((1→c)kji (2→b)ijk (3→a)kji) ((1→c)kji (2→b)ikj (3→a)kji) ((1→c)kji (2→b)jik (3→a)kji)

((1→c)jki (2→b)jki (3→a)kji)

((1→c)kij (2→b)jki (3→a)kji) ((1→c)kij (2→b)kij (3→a)kji)

((1→c)kji (2→b)jki (3→a)kji) ((1→c)kji (2→b)kij (3→a)kji) ((1→c)kji (2→b)kji (3→a)kji)

1. Permutation der Realitätsthematiken

((c→1)kji (b→2)kji (a→3)kji)

((c→1)jki (b→2)kji (a→3)kji) ((c→1)jki (b→2)jki (a→3)kji)

((c→1)kij (b→2)kji (a→3)kji) ((c→1)kij (b→2)jki (a→3)kji) ((c→1)kij (b→2)kij (a→3)kji)

((c→1)ikj (b→2)kji (a→3)kji) ((c→1)ikj (b→2)jki (a→3)kji) ((c→1)ikj (b→2)kij (a→3)kji)

((c→1)jik (b→2)kji (a→3)kji) ((c→1)jik (b→2)jki (a→3)kji) ((c→1)jik (b→2)kij (a→3)kji)

((c→1)ijk (b→2)kji (a→3)kji) ((c→1)ijk (b→2)jki (a→3)kji) ((c→1)ijk (b→2)kij (a→3)kji)

((c→1)ikj (b→2)ikj (a→3)kji)

((c→1)jik (b→2)ikj (a→3)kji) ((c→1)jik (b→2)jik (a→3)kji)

((c→1)ijk (b→2)ikj (a→3)kji) ((c→1)ijk (b→2)jik (a→3)kji) ((c→1)ijk (b→2)ijk (a→3)kji)

((c→1)kji (b→2)kji (a→3)jki)

((c→1)jki (b→2)kji (a→3)jki) ((c→1)jki (b→2)jki (a→3)jki)

((c→1)kij (b→2)kji (a→3)jki) ((c→1)kij (b→2)jki (a→3)jki) ((c→1)kij (b→2)kij (a→3)jki)

((c→1)ikj (b→2)kji (a→3)jki) ((c→1)ikj (b→2)jki (a→3)jki) ((c→1)ikj (b→2)kij (a→3)jki)

((c→1)jik (b→2)kji (a→3)jki) ((c→1)jik (b→2)jki (a→3)jki) ((c→1)jik (b→2)kij (a→3)jki)

((c→1)ijk (b→2)kji (a→3)jki) ((c→1)ijk (b→2)jki (a→3)jki) ((c→1)ijk (b→2)kij (a→3)jki)

((c→1)ikj (b→2)ikj (a→3)jki)

((c→1)jik (b→2)ikj (a→3)jki) ((c→1)jik (b→2)jik (a→3)jki)

((c→1)ijk (b→2)ikj (a→3)jki) ((c→1)ijk (b→2)jik (a→3)jki) ((c→1)ijk (b→2)ijk (a→3)jki)

((c→1)kji (b→2)kji (a→3)kij)

((c→1)jki (b→2)kji (a→3)kij) ((c→1)jki (b→2)jki (a→3)kij)

((c→1)kij (b→2)kji (a→3)kij) ((c→1)kij (b→2)jki (a→3)kij) ((c→1)kij (b→2)kij (a→3)kij)

((c→1)ikj (b→2)kji (a→3)kij) ((c→1)ikj (b→2)jki (a→3)kij) ((c→1)ikj (b→2)kij (a→3)kij)

((c→1)jik (b→2)kji (a→3)kij) ((c→1)jik (b→2)jki (a→3)kij) ((c→1)jik (b→2)kij (a→3)kij)

((c→1)ijk (b→2)kji (a→3)kij) ((c→1)ijk (b→2)jki (a→3)kij) ((c→1)ijk (b→2)kij (a→3)kij)

((c→1)ikj (b→2)ikj (a→3)kij)

((c→1)jik (b→2)ikj (a→3)kij) ((c→1)jik (b→2)jik (a→3)kij)

((c→1)ijk (b→2)ikj (a→3)kij) ((c→1)ijk (b→2)jik(a→3)kij) ((c→1)ijk (b→2)ijk (a→3)kij)

((c→1)kji (b→2)kji (a→3)ikj)

((c→1)jki (b→2)kji (a→3)ikj) ((c→1)jki (b→2)jki (a→3)ikj)

((c→1)kij (b→2)kji (a→3)ikj) ((c→1)kij (b→2)jki (a→3)ikj) ((c→1)kij (b→2)kij (a→3)ikj)

((c→1)ikj (b→2)kji (a→3)ikj) ((c→1)ikj (b→2)jki (a→3)ikj) ((c→1)ikj (b→2)kij (a→3)ikj)

((c→1)jik (b→2)kji (a→3)ikj) ((c→1)jik (b→2)jki (a→3)ikj) ((c→1)jik (b→2)kij (a→3)ikj)

((c→1)ijk (b→2)kji (a→3)ikj) ((c→1)ijk (b→2)jki (a→3)ikj) ((c→1)ijk (b→2)kij (a→3)ikj)

((c→1)ikj (b→2)ikj (a→3)ikj)

((c→1)jik (b→2)ikj (a→3)ikj) ((c→1)jik (b→2)jik (a→3)ikj)

((c→1)ijk (b→2)ikj (a→3)ikj) ((c→1)ijk (b→2)jik (a→3)ikj) ((c→1)ijk (b→2)ijk (a→3)ikj)

((c→1)kji (b→2)kji (a→3)jik)

((c→1)jki (b→2)kji (a→3)jik) ((c→1)jki (b→2)jki (a→3)jik)

((c→1)kij (b→2)kji (a→3)jik) ((c→1)kij (b→2)jki (a→3)jik) ((c→1)kij (b→2)kij (a→3)jik)

((c→1)ikj (b→2)kji (a→3)jik) ((c→1)ikj (b→2)jki (a→3)jik) ((c→1)ikj (b→2)kij (a→3)jik) ((c→1)jik (b→2)kji (a→3)jik)   ((c→1)jik (b→2)jki (a→3)jik)   ((c→1)jik (b→2)kij (a→3)jik)

((c→1)ijk (b→2)kji (a→3)jik)   ((c→1)ijk (b→2)jki (a→3)jik)   ((c→1)ijk (b→2)kij (a→3)jik)

((c→1)ikj (b→2)ikj (a→3)jik)

((c→1)jik (b→2)ikj (a→3)jik)   ((c→1)jik (b→2)jik (a→3)jik)

((c→1)ijk (b→2)ikj (a→3)jik)   ((c→1)ijk (b→2)jik (a→3)jik)   ((c→1)ijk (b→2)ijk (a→3)jik)

((c→1)kji (b→2)kji (a→3)ijk)

((c→1)jki (b→2)kji (a→3)ijk)   ((c→1)jki (b→2)jki (a→3)ijk)

((c→1)kij (b→2)kji (a→3)ijk)   ((c→1)kij (b→2)jki (a→3)ijk)   ((c→1)kij (b→2)kij (a→3)ijk)

((c→1)ikj (b→2)kji (a→3)ijk)   ((c→1)ikj (b→2)jki (a→3)ijk)   ((c→1)ikj (b→2)kij (a→3)ijk)

((c→1)jik (b→2)kji (a→3)ijk)   ((c→1)jik (b→2)jki (a→3)ijk)   ((c→1)jik (b→2)kij (a→3)ijk)

((c→1)ijk (b→2)kji (a→3)ijk)   ((c→1)ijk (b→2)jki (a→3)ijk)   ((c→1)ijk (b→2)kij (a→3)ijk)

((c→1)ikj (b→2)ikj (a→3)ijk)

((c→1)jik (b→2)ikj (a→3)ijk)   ((c→1)jik (b→2)jik (a→3)ijk)

((c→1)ijk (b→2)ikj (a→3)ijk)   ((c→1)ijk (b→2)jik (a→3)ijk)   ((c→1)ijk (b→2)ijk (a→3)ijk)

2. Permutation der Realitätsthematiken

((b→2)kji (c→1)kji (a→3)kji)

((b→2)kji (c→1)jki (a→3)kji)   ((b→2)jki (c→1)jki (a→3)kji)

((b→2)kji (c→1)kij (a→3)kji)   ((b→2)jki (c→1)kij (a→3)kji)   ((b→2)kij (c→1)kij (a→3)kji)

((b→2)kji (c→1)ikj (a→3)kji)   ((b→2)jki (c→1)ikj (a→3)kji)   ((b→2)kij (c→1)ikj (a→3)kji)

((b→2)kji (c→1)jik (a→3)kji)   ((b→2)jki (c→1)jik (a→3)kji)   ((b→2)kij (c→1)jik (a→3)kji) ((b→2)kji (c→1)ijk (a→3)kji)   ((b→2)jki (c→1)ijk (a→3)kji)   ((b→2)kij (c→1)ijk (a→3)kji)

((b→2)ikj (c→1)ikj (a→3)kji)

((b→2)ikj (c→1)jik (a→3)kji)   ((b→2)jik (c→1)jik (a→3)kji)

((b→2)ikj (c→1)ijk (a→3)kji)   ((b→2)jik (c→1)ijk (a→3)kji)   ((b→2)ijk (c→1)ijk (a→3)kji)

((b→2)kji (c→1)kji (a→3)jki)

((b→2)kji (c→1)jki (a→3)jki)   ((b→2)jki (c→1)jki (a→3)jki)

((b→2)kji (c→1)kij (a→3)jki)   ((b→2)jki (c→1)kij (a→3)jki)   ((b→2)kij (c→1)kij (a→3)jki)

((b→2)kji (c→1)ikj (a→3)jki)   ((b→2)jki (c→1)ikj (a→3)jki)   ((b→2)kij (c→1)ikj (a→3)jki)

((b→2)kji (c→1)jik (a→3)jki)   ((b→2)jki (c→1)jik (a→3)jki)   ((b→2)kij (c→1)jik (a→3)jki)

((b→2)kji (c→1)ijk (a→3)jki)   ((b→2)jki (c→1)ijk (a→3)jki)   ((b→2)kij (c→1)ijk (a→3)jki)

((b→2)ikj (c→1)ikj (a→3)jki)

((b→2)ikj (c→1)jik (a→3)jki)   ((b→2)jik (c→1)jik (a→3)jki)

((b→2)ikj (c→1)ijk (a→3)jki)   ((b→2)jik (c→1)ijk (a→3)jki)   ((b→2)ijk (c→1)ijk (a→3)jki)

((b→2)kji (c→1)kji (a→3)kij)

((b→2)kji (c→1)jki (a→3)kij)   ((b→2)jki (c→1)jki (a→3)kij)

((b→2)kji (c→1)kij (a→3)kij)   ((b→2)jki (c→1)kij (a→3)kij)   ((b→2)kij (c→1)kij (a→3)kij)

((b→2)kji (c→1)ikj (a→3)kij)   ((b→2)jki (c→1)ikj (a→3)kij)   ((b→2)kij (c→1)ikj (a→3)kij)

((b→2)kji (c→1)jik (a→3)kij)   ((b→2)jki (c→1)jik (a→3)kij)   ((b→2)kij (c→1)jik (a→3)kij)

((b→2)kji (c→1)ijk (a→3)kij)   ((b→2)jki (c→1)ijk (a→3)kij)   ((b→2)kij (c→1)ijk (a→3)kij) ((b→2)ikj (c→1)ikj (a→3)kij)

((b→2)ikj (c→1)jik (a→3)kij) ((b→2)jik (c→1)jik (a→3)kij)

((b→2)ikj (c→1)ijk (a→3)kij) ((b→2)jik (c→1)ijk (a→3)kij) ((b→2)ijk (c→1)ijk (a→3)kij)

((b→2)kji (c→1)kji (a→3)ikj)

((b→2)kji (c→1)jki (a→3)ikj) ((b→2)jki (c→1)jki (a→3)ikj)

((b→2)kji (c→1)kij (a→3)ikj) ((b→2)jki (c→1)kij (a→3)ikj) ((b→2)kij (c→1)kij (a→3)ikj)

((b→2)kji (c→1)ikj (a→3)ikj) ((b→2)jki (c→1)ikj (a→3)ikj) ((b→2)kij (c→1)ikj (a→3)ikj)

((b→2)kji (c→1)jik (a→3)ikj) ((b→2)jki (c→1)jik (a→3)ikj) ((b→2)kij (c→1)jik (a→3)ikj)

((b→2)kji (c→1)ijk (a→3)ikj) ((b→2)jki (c→1)ijk (a→3)ikj) ((b→2)kij (c→1)ijk (a→3)ikj)

((b→2)ikj (c→1)ikj (a→3)ikj)

((b→2)ikj (c→1)jik (a→3)ikj) ((b→2)jik (c→1)jik (a→3)ikj)

((b→2)ikj (c→1)ijk (a→3)ikj) ((b→2)jik (c→1)ijk (a→3)ikj) ((b→2)ijk (c→1)ijk (a→3)ikj)

((b→2)kji (c→1)kji (a→3)jik)

((b→2)kji (c→1)jki (a→3)jik) ((b→2)jki (c→1)jki (a→3)jik)

((b→2)kji (c→1)kij (a→3)jik) ((b→2)jki (c→1)kij (a→3)jik) ((b→2)kij (c→1)kij (a→3)jik)

((b→2)kji (c→1)ikj (a→3)jik) ((b→2)jki (c→1)ikj (a→3)jik) ((b→2)kij (c→1)ikj (a→3)jik)

((b→2)kji (c→1)jik (a→3)jik) ((b→2)jki (c→1)jik (a→3)jik) ((b→2)kij (c→1)jik (a→3)jik)

((b→2)kji (c→1)ijk (a→3)jik) ((b→2)jki (c→1)ijk (a→3)jik) ((b→2)kij (c→1)ijk (a→3)jik)

((b→2)ikj (c→1)ikj (a→3)jik)

((b→2)ikj (c→1)jik (a→3)jik) ((b→2)jik (c→1)jik (a→3)jik) ((b→2)ikj (c→1)ijk (a→3)jik) ((b→2)jik (c→1)ijk (a→3)jik) ((b→2)ijk (c→1)ijk (a→3)jik)

((b→2)kji (c→1)kji (a→3)ijk)

((b→2)kji (c→1)jki (a→3)ijk) ((b→2)jki (c→1)jki (a→3)ijk)

((b→2)kji (c→1)kij (a→3)ijk) ((b→2)jki (c→1)kij (a→3)ijk) ((b→2)kij (c→1)kij (a→3)ijk)

((b→2)kji (c→1)ikj (a→3)ijk) ((b→2)jki (c→1)ikj (a→3)ijk) ((b→2)kij (c→1)ikj (a→3)ijk)

((b→2)kji (c→1)jik (a→3)ijk) ((b→2)jki (c→1)jik (a→3)ijk) ((b→2)kij (c→1)jik (a→3)ijk)

((b→2)kji (c→1)ijk (a→3)ijk) ((b→2)jki (c→1)ijk (a→3)ijk) ((b→2)kij (c→1)ijk (a→3)ijk)

((b→2)ikj (c→1)ikj (a→3)ijk)

((b→2)ikj (c→1)jik (a→3)ijk) ((b→2)jik (c→1)jik (a→3)ijk)

((b→2)ikj (c→1)ijk (a→3)ijk) ((b→2)jik (c→1)ijk (a→3)ijk) ((b→2)ijk (c→1)ijk (a→3)ijk)

3. Permutation der Realitätsthematiken

((c→1)kji (a→3)kji (b→2)kji)

((c→1)jki (a→3)kji (b→2)kji) ((c→1)jki (a→3)kji (b→2)jki)

((c→1)kij (a→3)kji (b→2)kji) ((c→1)kij (a→3)kji (b→2)jki) ((c→1)kij (a→3)kji (b→2)kij)

((c→1)ikj (a→3)kji (b→2)kji) ((c→1)ikj (a→3)kji (b→2)jki) ((c→1)ikj (a→3)kji (b→2)kij)

((c→1)jik (a→3)kji (b→2)kji) ((c→1)jik (a→3)kji (b→2)jki) ((c→1)jik (a→3)kji (b→2)kij)

((c→1)ijk (a→3)kji (b→2)kji) ((c→1)ijk (a→3)kji (b→2)jki) ((c→1)ijk (a→3)kji (b→2)kij)

((c→1)ikj (a→3)kji (b→2)ikj)

((c→1)jik (a→3)kji (b→2)ikj) ((c→1)jik (a→3)kji (b→2)jik)

((c→1)ijk (a→3)kji (b→2)ikj) ((c→1)ijk (a→3)kji (b→2)jik) ((c→1)ijk (a→3)kji (b→2)ijk) ((c→1)kji (a→3)jki (b→2)kji)

((c→1)jki (a→3)jki (b→2)kji) ((c→1)jki (a→3)jki (b→2)jki)

((c→1)kij (a→3)jki (b→2)kji) ((c→1)kij (a→3)jki (b→2)jki) ((c→1)kij (a→3)jki (b→2)kij)

((c→1)ikj (a→3)jki (b→2)kji) ((c→1)ikj (a→3)jki (b→2)jki) ((c→1)ikj (a→3)jki (b→2)kij)

((c→1)jik (a→3)jki (b→2)kji) ((c→1)jik (a→3)jki (b→2)jki) ((c→1)jik (a→3)jki (b→2)kij)

((c→1)ijk (a→3)jki (b→2)kji) ((c→1)ijk (a→3)jki (b→2)jki) ((c→1)ijk (a→3)jki (b→2)kij)

((c→1)ikj (a→3)jki (b→2)ikj)

((c→1)jik (a→3)jki (b→2)ikj) ((c→1)jik (a→3)jki (b→2)jik)

((c→1)ijk (a→3)jki (b→2)ikj) ((c→1)ijk (a→3)jki (b→2)jik) ((c→1)ijk (a→3)jki (b→2)ijk)

((c→1)kji (a→3)kij (b→2)kji)

((c→1)jki (a→3)kij (b→2)kji) ((c→1)jki (a→3)kij (b→2)jki)

((c→1)kij (a→3)kij (b→2)kji) ((c→1)kij (a→3)kij (b→2)jki) ((c→1)kij (a→3)kij (b→2)kij)

((c→1)ikj (a→3)kij (b→2)kji) ((c→1)ikj (a→3)kij (b→2)jki) ((c→1)ikj (a→3)kij (b→2)kij)

((c→1)jik (a→3)kij (b→2)kji) ((c→1)jik (a→3)kij (b→2)jki) ((c→1)jik (a→3)kij (b→2)kij)

((c→1)ijk (a→3)kij (b→2)kji) ((c→1)ijk (a→3)kij (b→2)jki) ((c→1)ijk (a→3)kij (b→2)kij)

((c→1)ikj (a→3)kij (b→2)ikj)

((c→1)jik (a→3)kij (b→2)ikj) ((c→1)jik (a→3)kij (b→2)jik)

((c→1)ijk (a→3)kij (b→2)ikj) ((c→1)ijk (a→3)kij(b→2)jik) ((c→1)ijk (a→3)kij (b→2)ijk)

((c→1)kji (a→3)ikj (b→2)kji)

((c→1)jki (a→3)ikj (b→2)kji) ((c→1)jki (a→3)ikj (b→2)jki) ((c⟶1)kij (a⟶3)ikj (b⟶2)kji) ((c⟶1)kij (a⟶3)ikj (b⟶2)jki) ((c⟶1)kij (a⟶3)ikj (b⟶2)kij)

((c⟶1)ikj (a⟶3)ikj (b⟶2)kji) ((c⟶1)ikj (a⟶3)ikj (b⟶2)jki) ((c⟶1)ikj (a⟶3)ikj (b⟶2)kij)

((c⟶1)jik (a⟶3)ikj (b⟶2)kji) ((c⟶1)jik (a⟶3)ikj (b⟶2)jki) ((c⟶1)jik (a⟶3)ikj (b⟶2)kij)

((c⟶1)ijk (a⟶3)ikj (b⟶2)kji) ((c⟶1)ijk (a⟶3)ikj (b⟶2)jki) ((c⟶1)ijk (a⟶3)ikj (b⟶2)kij)

((c⟶1)ikj (a⟶3)ikj (b⟶2)ikj)

((c⟶1)jik (a⟶3)ikj (b⟶2)ikj) ((c⟶1)jik (a⟶3)ikj (b⟶2)jik)

((c⟶1)ijk (a⟶3)ikj (b⟶2)ikj) ((c⟶1)ijk (a⟶3)ikj (b⟶2)jik) ((c⟶1)ijk (a⟶3)ikj (b⟶2)ijk)

((c⟶1)kji (a⟶3)jik (b⟶2)kji)

((c⟶1)jki (a⟶3)jik (b⟶2)kji) ((c⟶1)jki (a⟶3)jik (b⟶2)jki)

((c⟶1)kij (a⟶3)jik (b⟶2)kji) ((c⟶1)kij (a⟶3)jik (b⟶2)jki) ((c⟶1)kij (a⟶3)jik (b⟶2)kij)

((c⟶1)ikj (a⟶3)jik (b⟶2)kji) ((c⟶1)ikj (a⟶3)jik (b⟶2)jki) ((c⟶1)ikj (a⟶3)jik (b⟶2)kij)

((c⟶1)jik (a⟶3)jik (b⟶2)kji) ((c⟶1)jik (a⟶3)jik (b⟶2)jki) ((c⟶1)jik (a⟶3)jik (b⟶2)kij)

((c⟶1)ijk (a⟶3)jik (b⟶2)kji) ((c⟶1)ijk (a⟶3)jik (b⟶2)jki) ((c⟶1)ijk (a⟶3)jik (b⟶2)kij)

((c⟶1)ikj (a⟶3)jik (b⟶2)ikj)

((c⟶1)jik (a⟶3)jik (b⟶2)ikj) ((c⟶1)jik (a⟶3)jik (b⟶2)jik)

((c⟶1)ijk (a⟶3)jik (b⟶2)ikj) ((c⟶1)ijk (a⟶3)jik (b⟶2)jik) ((c⟶1)ijk (a⟶3)jik (b⟶2)ijk)

((c⟶1)kji (a⟶3)ijk (b⟶2)kji)

((c⟶1)jki (a⟶3)ijk (b⟶2)kji) ((c⟶1)jki (a⟶3)ijk (b⟶2)jki)

((c⟶1)kij (a⟶3)ijk (b⟶2)kji) ((c⟶1)kij (a⟶3)ijk (b⟶2)jki) ((c⟶1)kij (a⟶3)ijk (b⟶2)kij)

((c⟶1)ikj (a⟶3)ijk (b⟶2)kji) ((c⟶1)ikj (a⟶3)ijk (b⟶2)jki) ((c⟶1)ikj (a⟶3)ijk (b⟶2)kij) ((c→1)jik (a→3)ijk (b→2)kji)   ((c→1)jik (a→3)ijk (b→2)jki)   ((c→1)jik (a→3)ijk (b→2)kij)

((c→1)ijk (a→3)ijk (b→2)kji)   ((c→1)ijk (a→3)ijk (b→2)jki)   ((c→1)ijk (a→3)ijk (b→2)kij)

((c→1)ikj (a→3)ijk (b→2)ikj)

((c→1)jik (a→3)ijk (b→2)ikj)   ((c→1)jik (a→3)ijk (b→2)jik)

((c→1)ijk (a→3)ijk (b→2)ikj)   ((c→1)ijk (a→3)ijk (b→2)jik)   ((c→1)ijk (a→3)ijk (b→2)ijk)

4. Permutation der Realitätsthematiken

((a→3)kji (c→1)kji (b→2)kji)

((a→3)kji (c→1)jki (b→2)kji)   ((a→3)kji (c→1)jki (b→2)jki)

((a→3)kji (c→1)kij (b→2)kji)   ((a→3)kji (c→1)kij (b→2)jki)   ((a→3)kji (c→1)kij (b→2)kij)

((a→3)kji (c→1)ikj (b→2)kji)   ((a→3)kji (c→1)ikj (b→2)jki)   ((a→3)kji (c→1)ikj (b→2)kij)

((a→3)kji (c→1)jik (b→2)kji)   ((a→3)kji (c→1)jik (b→2)jki)   ((a→3)kji (c→1)jik (b→2)kij)

((a→3)kji (c→1)ijk (b→2)kji)   ((a→3)kji (c→1)ijk (b→2)jki)   ((a→3)kji (c→1)ijk (b→2)kij)

((a→3)kji (c→1)ikj (b→2)ikj)

((a→3)kji (c→1)jik (b→2)ikj)   ((a→3)kji (c→1)jik (b→2)jik)

((a→3)kji (c→1)ijk (b→2)ikj)   ((a→3)kji (c→1)ijk (b→2)jik)   ((a→3)kji (c→1)ijk (b→2)ijk)

((a→3)jki (c→1)kji (b→2)kji)

((a→3)jki (c→1)jki (b→2)kji)   ((a→3)jki (c→1)jki (b→2)jki)

((a→3)jki (c→1)kij (b→2)kji)   ((a→3)jki (c→1)kij (b→2)jki)   ((a→3)jki (c→1)kij (b→2)kij)

((a→3)jki (c→1)ikj (b→2)kji)   ((a→3)jki (c→1)ikj (b→2)jki)   ((a→3)jki (c→1)ikj (b→2)kij)

((a→3)jki (c→1)jik (b→2)kji)   ((a→3)jki (c→1)jik (b→2)jki)   ((a→3)jki (c→1)jik (b→2)kij) ((a→3)jki (c→1)ijk (b→2)kji)   ((a→3)jki (c→1)ijk (b→2)jki)   ((a→3)jki (c→1)ijk (b→2)kij)

((a→3)jki (c→1)ikj (b→2)ikj)

((a→3)jki (c→1)jik (b→2)ikj)   ((a→3)jki (c→1)jik (b→2)jik)

((a→3)jki (c→1)ijk (b→2)ikj)   ((a→3)jki (c→1)ijk (b→2)jik)   ((a→3)jki (c→1)ijk (b→2)ijk)

((a→3)kij (c→1)kji (b→2)kji)

((a→3)kij (c→1)jki (b→2)kji)   ((a→3)kij (c→1)jki (b→2)jki)

((a→3)kij (c→1)kij (b→2)kji)   ((a→3)kij (c→1)kij (b→2)jki)   ((a→3)kij (c→1)kij (b→2)kij)

((a→3)kij (c→1)ikj (b→2)kji)   ((a→3)kij (c→1)ikj (b→2)jki)   ((a→3)kij (c→1)ikj (b→2)kij)

((a→3)kij (c→1)jik (b→2)kji)   ((a→3)kij (c→1)jik (b→2)jki)   ((a→3)kij (c→1)jik (b→2)kij)

((a→3)kij (c→1)ijk (b→2)kji)   ((a→3)kij (c→1)ijk (b→2)jki)   ((a→3)kij (c→1)ijk (b→2)kij)

((a→3)kij (c→1)ikj (b→2)ikj)

((a→3)kij (c→1)jik (b→2)ikj)   ((a→3)kij (c→1)jik (b→2)jik)

((a→3)kij (c→1)ijk (b→2)ikj)   ((a→3)kij (c→1)ijk (b→2)jik)   ((a→3)kij (c→1)ijk (b→2)ijk)

((a→3)ikj (c→1)kji (b→2)kji)

((a→3)ikj (c→1)jki (b→2)kji)   ((a→3)ikj (c→1)jki (b→2)jki)

((a→3)ikj (c→1)kij (b→2)kji)   ((a→3)ikj (c→1)kij (b→2)jki)   ((a→3)ikj (c→1)kij (b→2)kij)

((a→3)ikj (c→1)ikj (b→2)kji)   ((a→3)ikj (c→1)ikj (b→2)jki)   ((a→3)ikj (c→1)ikj (b→2)kij)

((a→3)ikj (c→1)jik (b→2)kji)   ((a→3)ikj (c→1)jik (b→2)jki)   ((a→3)ikj (c→1)jik (b→2)kij)

((a→3)ikj (c→1)ijk (b→2)kji)   ((a→3)ikj (c→1)ijk (b→2)jki)   ((a→3)ikj (c→1)ijk (b→2)kij) ((a→3)ikj (c→1)ikj (b→2)ikj)

((a→3)ikj (c→1)jik (b→2)ikj)   ((a→3)ikj (c→1)jik (b→2)jik)

((a→3)ikj (c→1)ijk (b→2)ikj)   ((a→3)ikj (c→1)ijk (b→2)jik)   ((a→3)ikj (c→1)ijk (b→2)ijk)

((a→3)jik (c→1)kji (b→2)kji)

((a→3)jik (c→1)jki (b→2)kji)   ((a→3)jik (c→1)jki (b→2)jki)

((a→3)jik (c→1)kij (b→2)kji)   ((a→3)jik (c→1)kij (b→2)jki)   ((a→3)jik (c→1)kij (b→2)kij)

((a→3)jik (c→1)ikj (b→2)kji)   ((a→3)jik (c→1)ikj (b→2)jki)   ((a→3)jik (c→1)ikj (b→2)kij)

((a→3)jik (c→1)jik (b→2)kji)   ((a→3)jik (c→1)jik (b→2)jki)   ((a→3)jik (c→1)jik (b→2)kij)

((a→3)jik (c→1)ijk (b→2)kji)   ((a→3)jik (c→1)ijk (b→2)jki)   ((a→3)jik (c→1)ijk (b→2)kij)

((a→3)jik (c→1)ikj (b→2)ikj)

((a→3)jik (c→1)jik (b→2)ikj)   ((a→3)jik (c→1)jik (b→2)jik)

((a→3)jik (c→1)ijk (b→2)ikj)   ((a→3)jik (c→1)ijk (b→2)jik)   ((a→3)jik (c→1)ijk(b→2)ijk)

((a→3)ijk (c→1)kji (b→2)kji)

((a→3)ijk (c→1)jki (b→2)kji)   ((a→3)ijk (c→1)jki (b→2)jki)

((a→3)ijk (c→1)kij (b→2)kji)   ((a→3)ijk (c→1)kij (b→2)jki)   ((a→3)ijk (c→1)kij (b→2)kij)

((a→3)ijk (c→1)ikj (b→2)kji)   ((a→3)ijk (c→1)ikj (b→2)jki)   ((a→3)ijk (c→1)ikj (b→2)kij)

((a→3)ijk (c→1)jik (b→2)kji)   ((a→3)ijk (c→1)jik (b→2)jki)   ((a→3)ijk (c→1)jik (b→2)kij)

((a→3)ijk (c→1)ijk (b→2)kji)   ((a→3)ijk (c→1)ijk (b→2)jki)   ((a→3)ijk (c→1)ijk (b→2)kij)

((a→3)ijk (c→1)ikj (b→2)ikj)

((a→3)ijk (c→1)jik (b→2)ikj)   ((a→3)ijk (c→1)jik (b→2)jik) ((a→3)ijk (c→1)ijk (b→2)ikj)   ((a→3)ijk (c→1)ijk (b→2)jik)   ((a→3)ijk (c→1)ijk (b→2)ijk)

5. Permutation der Realitätsthematiken

((b→2)kji (a→3)kji (c→1)kji)

((b→2)kji (a→3)kji (c→1)jki)   ((b→2)jki (a→3)kji (c→1)jki)

((b→2)kji (a→3)kji (c→1)kij)   ((b→2)jki (a→3)kji (c→1)kij)   ((b→2)kij (a→3)kji (c→1)kij)

((b→2)kji (a→3)kji (c→1)ikj)   ((b→2)jki (a→3)kji (c→1)ikj)   ((b→2)kij (a→3)kji (c→1)ikj)

((b→2)kji (a→3)kji (c→1)jik)   ((b→2)jki (a→3)kji (c→1)jik)   ((b→2)kij (a→3)kji (c→1)jik)

((b→2)kji (a→3)kji (c→1)ijk)   ((b→2)jki (a→3)kji (c→1)ijk)   ((b→2)kij (a→3)kji (c→1)ijk)

((b→2)ikj (a→3)kji (c→1)ikj)

((b→2)ikj (a→3)kji (c→1)jik)   ((b→2)jik (a→3)kji (c→1)jik)

((b→2)ikj (a→3)kji (c→1)ijk)   ((b→2)jik (a→3)kji (c→1)ijk)   ((b→2)ijk (a→3)kji (c→1)ijk)

((b→2)kji (a→3)jki (c→1)kji)

((b→2)kji (a→3)jki (c→1)jki)   ((b→2)jki (a→3)jki (c→1)jki)

((b→2)kji (a→3)jki (c→1)kij)   ((b→2)jki (a→3)jki (c→1)kij)   ((b→2)kij (a→3)jki (c→1)kij)

((b→2)kji (a→3)jki (c→1)ikj)   ((b→2)jki (a→3)jki (c→1)ikj)   ((b→2)kij (a→3)jki (c→1)ikj)

((b→2)kji (a→3)jki (c→1)jik)   ((b→2)jki (a→3)jki (c→1)jik)   ((b→2)kij (a→3)jki (c→1)jik)

((b→2)kji (a→3)jki (c→1)ijk)   ((b→2)jki (a→3)jki (c→1)ijk)   ((b→2)kij (a→3)jki (c→1)ijk)

((b→2)ikj (a→3)jki (c→1)ikj)

((b→2)ikj (a→3)jki (c→1)jik)   ((b→2)jik (a→3)jki (c→1)jik)

((b→2)ikj (a→3)jki (c→1)ijk)   ((b→2)jik (a→3)jki (c→1)ijk)   ((b→2)ijk (a→3)jki (c→1)ijk) ((b→2)kji (a→3)kij (c→1)kji)

((b→2)kji (a→3)kij (c→1)jki)   ((b→2)jki (a→3)kij (c→1)jki)

((b→2)kji (a→3)kij (c→1)kij)   ((b→2)jki (a→3)kij (c→1)kij)   ((b→2)kij (a→3)kij (c→1)kij)

((b→2)kji (a→3)kij (c→1)ikj)   ((b→2)jki (a→3)kij (c→1)ikj)   ((b→2)kij (a→3)kij (c→1)ikj)

((b→2)kji (a→3)kij (c→1)jik)   ((b→2)jki (a→3)kij (c→1)jik)   ((b→2)kij (a→3)kij (c→1)jik)

((b→2)kji (a→3)kij (c→1)ijk)   ((b→2)jki (a→3)kij (c→1)ijk)   ((b→2)kij (a→3)kij (c→1)ijk)

((b→2)ikj (a→3)kij (c→1)ikj)

((b→2)ikj (a→3)kij (c→1)jik)   ((b→2)jik (a→3)kij (c→1)jik)

((c→1)ijk (a→3)kij (b→2)ikj)   ((b→2)jik (a→3)kij (c→1)ijk)   ((b→2)ijk (a→3)kij (c→1)ijk)

((b→2)kji (a→3)ikj (c→1)kji)

((b→2)kji (a→3)ikj (c→1)jki)   ((b→2)jki (a→3)ikj (c→1)jki)

((b→2)kji (a→3)ikj (c→1)kij)   ((b→2)jki (a→3)ikj (c→1)kij)   ((b→2)kij (a→3)ikj (c→1)kij)

((b→2)kji (a→3)ikj (c→1)ikj)   ((b→2)jki (a→3)ikj (c→1)ikj)   ((b→2)kij (a→3)ikj (c→1)ikj)

((b→2)kji (a→3)ikj (c→1)jik)   ((b→2)jki (a→3)ikj (c→1)jik)   ((b→2)kij (a→3)ikj (c→1)jik)

((b→2)kji (a→3)ikj (c→1)ijk)   ((b→2)jki (a→3)ikj (c→1)ijk)   ((b→2)kij (a→3)ikj (c→1)ijk)

((b→2)ikj (a→3)ikj (c→1)ikj)

((b→2)ikj (a→3)ikj (c→1)jik)   ((b→2)jik (a→3)ikj (c→1)jik)

((b→2)ikj (a→3)ikj (c→1)ijk)   ((b→2)jik (a→3)ikj (c→1)ijk)   ((b→2)ijk (a→3)ikj (c→1)ijk)

((b→2)kji (a→3)jik (c→1)kji)

((b→2)kji (a→3)jik (c→1)jki)   ((b→2)jki (a→3)jik (c→1)jki)

((b→2)kji (a→3)jik (c→1)kij)   ((b→2)jki (a→3)jik (c→1)kij)   ((b→2)kij (a→3)jik (c→1)kij) ((b→2)kji (a→3)jik (c→1)ikj)   ((b→2)jki (a→3)jik (c→1)ikj)   ((b→2)kij (a→3)jik (c→1)ikj)

((b→2)kji (a→3)jik (c→1)jik)   ((b→2)jki (a→3)jik (c→1)jik)   ((b→2)kij (a→3)jik (c→1)jik)

((b→2)kji (a→3)jik (c→1)ijk)   ((b→2)jki (a→3)jik (c→1)ijk)   ((b→2)kij (a→3)jik (c→1)ijk)

((b→2)ikj (a→3)jik (c→1)ikj)

((b→2)ikj (a→3)jik (c→1)jik)   ((b→2)jik (a→3)jik (c→1)jik)

((b→2)ikj (a→3)jik (c→1)ijk)   ((b→2)jik (a→3)jik (c→1)ijk)   ((b→2)ijk (a→3)jik (c→1)ijk)

((b→2)kji (a→3)ijk (c→1)kji)

((b→2)kji (a→3)ijk (c→1)jki)   ((b→2)jki (a→3)ijk (c→1)jki)

((b→2)kji (a→3)ijk (c→1)kij)   ((b→2)jki (a→3)ijk (c→1)kij)   ((b→2)kij (a→3)ijk (c→1)kij)

((b→2)kji (a→3)ijk (c→1)ikj)   ((b→2)jki (a→3)ijk (c→1)ikj)   ((b→2)kij (a→3)ijk (c→1)ikj)

((b→2)kji (a→3)ijk (c→1)jik)   ((b→2)jki (a→3)ijk (c→1)jik)   ((b→2)kij (a→3)ijk (c→1)jik)

((b→2)kji (a→3)ijk (c→1)ijk)   ((b→2)jki (a→3)ijk (c→1)ijk)   ((b→2)kij (a→3)ijk (c→1)ijk)

((b→2)ikj (a→3)ijk (c→1)ikj)

((b→2)ikj (a→3)ijk (c→1)jik)   ((b→2)jik (a→3)ijk (c→1)jik)

((b→2)ikj (a→3)ijk (c→1)ijk)   ((b→2)jik (a→3)ijk (c→1)ijk)   ((b→2)ijk (a→3)ijk (c→1)ijk)

6. Permutation der Realitätsthematiken

((a→3)kji (b→2)kji (c→1)kji)

((a→3)kji (b→2)kji (c→1)jki)   ((a→3)kji (b→2)jki (c→1)jki)

((a→3)kji (b→2)kji (c→1)kij)   ((a→3)kji (b→2)jki (c→1)kij)   ((a→3)kji (b→2)kij (c→1)kij)

((a→3)kji (b→2)kji (c→1)ikj)   ((a→3)kji (b→2)jki (c→1)ikj)   ((a→3)kji (b→2)kij (c→1)ikj) ((a→3)kji (b→2)kji (c→1)jik) ((a→3)kji (b→2)jki (c→1)jik) ((a→3)kji (b→2)kij (c→1)jik)

((a→3)kji (b→2)kji(c→1)ijk) ((a→3)kji (b→2)jki (c→1)ijk) ((a→3)kji (b→2)kij (c→1)ijk)

((a→3)kji (b→2)ikj (c→1)ikj)

((a→3)kji (b→2)ikj (c→1)jik) ((a→3)kji (b→2)jik (c→1)jik)

((a→3)kji (b→2)ikj (c→1)ijk) ((a→3)kji (b→2)jik (c→1)ijk) ((a→3)kji (b→2)ijk (c→1)ijk)

((a→3)jki (b→2)kji (c→1)kji)

((a→3)jki (b→2)kji (c→1)jki) ((a→3)jki (b→2)jki (c→1)jki)

((a→3)jki (b→2)kji (c→1)kij) ((a→3)jki (b→2)jki (c→1)kij) ((a→3)jki (b→2)kij (c→1)kij)

((a→3)jki (b→2)kji (c→1)ikj) ((a→3)jki (b→2)jki (c→1)ikj) ((a→3)jki (b→2)kij (c→1)ikj)

((a→3)jki (b→2)kji (c→1)jik) ((a→3)jki (b→2)jki (c→1)jik) ((a→3)jki (b→2)kij (c→1)jik)

((a→3)jki (b→2)kji (c→1) ijk) ((a→3)jki (b→2)jki (c→1)ijk) ((a→3)jki (b→2)kij (c→1)ijk)

((a→3)jki (b→2)ikj (c→1)ikj)

((a→3)jki (b→2)ikj (c→1)jik) ((a→3)jki (b→2)jik (c→1)jik)

((a→3)jki (b→2)ikj (c→1)ijk) ((a→3)jki (b→2)jik (c→1)ijk) ((a→3)jki (b→2)ijk (c→1)ijk)

((a→3)kij (b→2)kji (c→1)kji)

((a→3)kij (b→2)kji (c→1)jki) ((a→3)kij (b→2)jki (c→1)jki)

((a→3)kij (b→2)kji (c→1)kij) ((a→3)kij (b→2)jki (c→1)kij) ((a→3)kij (b→2)kij (c→1)kij)

((a→3)ikj (b→2)kji (c→1)kij) ((a→3)kij (b→2)jki (c→1)ikj) ((a→3)kij (b→2)kij (c→1)ikj)

((a→3)jik (b→2)kji (c→1)kij) ((a→3)jik (b→2)jki (c→1)kij) ((a→3)kij (b→2)kij (c→1)jik)

((a→3)ijk (b→2)kji (c→1)kij) ((a→3)kij (b→2)jki (c→1)ijk) ((a→3)kij (b→2)kij (c→1)ijk) ((a→3)kij (b→2)ikj (c→1)ikj)

((a→3)kij (b→2)ikj (c→1)jik) ((a→3)kij (b→2)jik (c→1)jik)

((a→3)kij (b→2)ikj (c→1)ijk) ((a→3)kij (b→2)jik (c→1)ijk) ((a→3)kij (b→2)ijk (c→1)ijk)

((a→3)ikj (b→2)kji (c→1)kji)

((a→3)ikj (b→2)kji (c→1)jki) ((a→3)ikj (b→2)jki (c→1)jki)

((a→3)ikj (b→2)kji (c→1)kij) ((a→3)ikj (b→2)jki (c→1)kij) ((a→3)ikj (b→2)kij (c→1)kij)

((a→3)ikj (b→2)kji (c→1)ikj) ((a→3)ikj (b→2)jki (c→1)ikj) ((a→3)ikj (b→2)kij (c→1)ikj)

((a→3)ikj (b→2)kji (c→1)jik) ((a→3)ikj (b→2)jki (c→1)jik) ((a→3)ikj (b→2)kij (c→1)jik)

((a→3)ikj (b→2)kji (c→1)ijk) ((a→3)ikj (b→2)jki (c→1)ijk) ((a→3)ikj (b→2)kij (c→1)ijk)

((a→3)ikj (b→2)ikj (c→1)ikj)

((a→3)ikj (b→2)ikj (c→1)jik) ((a→3)ikj (b→2)jik (c→1)jik)

((a→3)ikj (b→2)ikj (c→1)ijk) ((a→3)ikj (b→2)jik (c→1)ijk) ((a→3)ikj (b→2)ijk (c→1)ijk)

((a→3)jik (b→2)kji (c→1)kji)

((a→3)jik (b→2)kji (c→1)jki) ((a→3)jik (b→2)jki (c→1)jki)

((a→3)jik (b→2)kji (c→1)kij) ((a→3)jik (b→2)jki (c→1)kij) ((a→3)jik (b→2)kij (c→1)kij)

((a→3)jik (b→2)kji (c→1)ikj) ((a→3)jik (b→2)jki (c→1)ikj) ((a→3)jik (b→2)kij (c→1)ikj)

((a→3)jik (b→2)kji (c→1)jik) ((a→3)jik (b→2)jki (c→1)jik) ((a→3)jik (b→2)kij (c→1)jik)

((a→3)jik (b→2)kji (c→1)ijk) ((a→3)jik (b→2)jki (c→1)ijk) ((a→3)jik (b→2)kij (c→1)ijk)

((a→3)jik (b→2)ikj (c→1)ikj)

((a→3)jik (b→2)ikj (c→1)jik) ((a→3)jik (b→2)jik (c→1)jik) ((a→3)jik (b→2)ikj (c→1)ijk) ((a→3)jik (b→2)jik (c→1)ijk) ((a→3)jik (b→2)ijk (c→1)ijk)

((a→3)ijk (b→2)kji (c→1)kji)

((a→3)ijk (b→2)kji (c→1)jki) ((a→3)ijk (b→2)jki (c→1)jki)

((a→3)ijk (b→2)kji (c→1)kij) ((a→3)ijk (b→2)jki (c→1)kij) ((a→3)ijk (b→2)kij (c→1)kij)

((a→3)ijk (b→2)kji (c→1)ikj) ((a→3)ijk (b→2)jki (c→1)ikj) ((a→3)ijk (b→2)kij (c→1)ikj)

((a→3)ijk (b→2)kji (c→1)jik) ((a→3)ijk (b→2)jki (c→1)jik) ((a→3)ijk (b→2)kij (c→1)jik)

((a→3)ijk (b→2)kji (c→1)ijk) ((a→3)ijk (b→2)jki (c→1)ijk) ((a→3)ijk (b→2)kij (c→1)ijk)

((a→3)ijk (b→2)ikj (c→1)ikj)

((a→3)ijk (b→2)ikj (c→1)jik) ((a→3)ijk (b→2)jik (c→1)jik)

((a→3)ijk (b→2)ikj (c→1)ijk) ((a→3)ijk (b→2)jik (c→1)ijk) ((a→3)ijk (b→2)ijk (c→1)ijk)

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://rudys-diamondstrategies.blogspot.com/2008/12/diamond-semiotics.html (2008)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (= 2008a)

Toth, Alfred, The Trip into the Light. Klagenfurt 2008 (= 2008b)

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Nullzeichen in semiotischen Termen mit variablen Domänen und Codomänen sowie invertierbaren Abbildungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b